Megoldás. Legyen a félgömb középpontját a labda középpontjával összekötő egyenes és a függőleges hajlásszöge α. A labda tömegközéppontjának sebességét v-vel, érintő irányú gyorsulását a-val, a felületek közötti nyomóerőt pedig N-nel jelöljük. A labda megcsúszásának pillanatában a súrlódási erő $S = \mu N$, így a mozgásegyenletek:

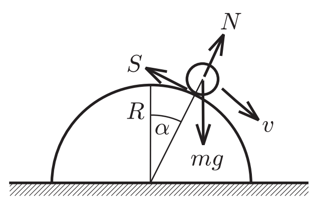
(1) $$mg\sin\alpha - \mu N = ma,$$

(2) $$m\frac{v^2}{R+r} = mg\cos\alpha - N.$$

A forgómozgásra vonatkozó mozgásegyenlet:

(3) $$\Theta\frac{a}{r} = \mu N r,$$

ahol (a labdát homogén tömegeloszlású tömör gömbnek tekintve) $\Theta = \frac{2}{5}mr^2$.



Amíg a labda nem csúszik meg, a mechanikai energiája megmarad:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\Theta\left(\frac{v}{r}\right)^2 = mg\,(R+r)(1-\cos\alpha),$$

ahonnan

(4) $$v^2 = \frac{10}{7}g\,(R+r)(1-\cos\alpha).$$

(1)-ből és (3)-ból

$$a = \frac{5}{7}\,g\sin\alpha,$$

(2)-ből és (4)-ből pedig

$$N = mg\left(\frac{17}{7}\cos\alpha - \frac{10}{7}\right).$$

Ezeket (3)-ba helyettesítve a megcsúszás helyzetére jellemző szög és a súrlódási együttható között a következő egyenletet kapjuk:

$$2\,\sin\alpha = 17\mu\,\cos\alpha - 10\mu.$$

Négyzetre emelés után $\cos\alpha$-ra egy másodfokú egyenletet kapunk:

$$(289\mu^2+4)\,\cos^2\alpha - 340\mu^2\,\cos\alpha + 100\mu^2 - 4 = 0,$$

melynek számunkra érdekes megoldása (μ megadott számértékénél):

$$\cos\alpha \approx 0{,}87, \qquad \text{azaz} \qquad \alpha \approx 29^\circ.$$

Érdekes, hogy a megcsúszás szöge csak a súrlódási együtthatótól függ, a labda és a félgömb méretarányától nem.

A súrlódási erő nagysága a megcsúszás pillanatában:

$$S = mg\mu\left(\frac{17}{7}\cos\alpha - \frac{10}{7}\right) \approx 0{,}27\ \text{N}.$$