

Megoldás. Fejezzük ki (1)-ből $(x + z)$ -t és írjuk be (2)-be a kapott kifejezést.

$$(1') \quad \begin{aligned} x + z &= t - y, \\ t - y + (t + 1)y &= 0. \end{aligned}$$

Innen $t - y + ty + y = 0$, azaz $ty = -t$. Ha $t \neq 0$, akkor $y = -1$, (1')-ből ($y = -1$ -et beírva) $x = t + 1 - z$. Helyettesítsünk (3)-ba:

$$t + 1 - z - 1 - (t + 1)z = 2t;$$

ha $t \neq -2$, akkor $z = \frac{-t}{t + 2}$, és

$$x = t + 1 + \frac{t}{t + 2} = \frac{t^2 + 4t + 2}{t + 2}.$$

Mivel végig azonos átalakításokat végeztünk, a kapott értékek valóban gyökei az egyenletrendszernek.

Ha $t = 0$, akkor az egyenletrendszer a következő:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0, \\ x + y + z &= 0, \\ x + y - z &= 0. \end{aligned}$$

Ekkor $x = -y$ és $z = 0$. Az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van.

Ha $t = -2$, akkor

$$\begin{aligned} (1'') \quad & x + y + z = -2, \\ (2'') \quad & x - y + z = 0, \\ (3'') \quad & x + y + z = -4. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszernek ekkor nincs megoldása, az (1'') és (3'') egyenlet ellentmond egymásnak.