

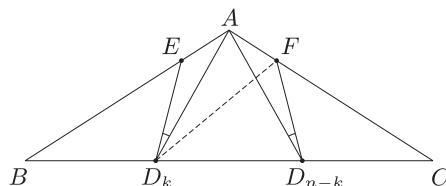
Megoldás. Legyen az AC szakaszt $1 : (n - 1)$ arányban osztó pont F . A bizonyítandó állítás ekvivalens azzal, hogy

$$(1) \quad 2(AD_1E\angle + AD_2E\angle + \dots + AD_{n-1}E\angle) = \alpha.$$

Mivel az egyenlő szárú háromszög szimmetriája miatt $AD_kE\angle = AD_{n-k}F\angle$, továbbá $AD_kE\angle + AD_kF\angle = ED_kF\angle$ (1. ábra), azért az (1) bal oldalán álló összeg

$$(2) \quad ED_1F\angle + ED_2F\angle + \dots + ED_{n-1}F\angle.$$

Megmutatjuk, hogy a (2) összeg tetszőleges ABC háromszögben egyenlő a BAC szöggel, amennyiben az E, F , illetve a D_i pontok a megfelelő arányban osztják a háromszög oldalait.

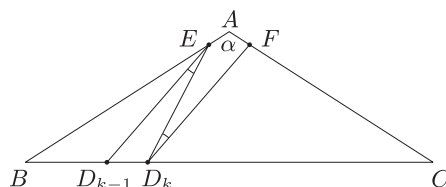


1. ábra

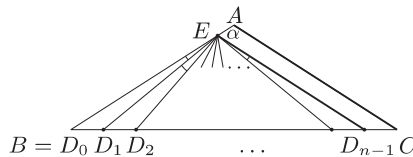
Vegyük észre, hogy a $D_{k-1}D_kFE$ négyszögek ($1 \leq k \leq n - 1$, $D_0 = B$) paralelogrammák, hiszen a párhuzamos szelők tételének a szelő szakaszokra vonatkozó állítása szerint $D_{k-1}D_k$ párhuzamos és egyenlő EF -fel (2. ábra). Ezekben a paralelogrammákban

$$ED_kF\angle = D_{k-1}ED_k\angle,$$

vagyis a (2)-ben szereplő összeg a közös E csúcsú $D_{k-1}ED_k$ szögek összege: éppen $D_0ED_{n-1}\angle = BED_{n-1}\angle$ (3. ábra). Miután pedig a párhuzamos szelők tétele szerint $ED_{n-1} \parallel AC$, azért $BED_{n-1}\angle = BAC\angle$, és ezt akartuk bizonyítani.



2. ábra



3. ábra

Megjegyzés. A feladat a **B. 3764.** feladat (kitűzve a 2004. novemberi számban) általánosítása.