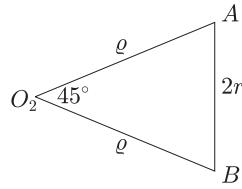


Megoldás. A síkot és a golyókat érintő gömb sugarát jelölje R , középpontját O_1 . A síkra helyezett 8 egymást érintő gömb helyzetéből következik, hogy a nyolcszög egy élének hossza $2r$. A szabályos nyolcszög köré írt kör középpontja legyen O_2 , sugara ϱ . A nyolcszög egyik középponti háromszöge O_2AB , ahol $\angle AO_2B = 45^\circ$.

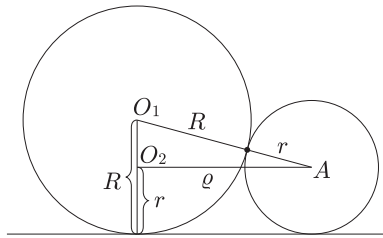


A ϱ értékét az O_2AB háromszögből határozhatjuk meg a koszinusz tétel felhasználásával:

$$(2r)^2 = \varrho^2 + \varrho^2 - 2\varrho^2 \cos 45^\circ = 2\varrho^2 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Innen $\varrho^2 = \frac{4r^2}{2 - \sqrt{2}} \quad \left[\varrho = \frac{2r}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}\right].$

Az alapsík a nyolcszög síkjától r , az érintő gömb középpontjától R távolságra van. Fektessük O_1O_2 -n keresztül az alapsíkra merőleges síkok közül azt, amelyik az A -n is átmegy. Ez a sík nyilván átmegy a nyolcszög köré írt kör O_2 középpontján. Az *ábra* azokat a köröket mutatja, amelyekben ez a sík az O_1 , illetve az A középpontú gömböket metszi.



Az O_1O_2A derékszögű háromszögben $\overline{O_1O_2} = R - r$, $\overline{O_1A} = R + r$ és $\overline{O_2A} = \varrho$.

Pitagorasz tételéből:

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \varrho^2.$$

Innen $4Rr = \varrho^2$, rendezve $R = \frac{\varrho^2}{4r}$.

A ϱ^2 korábban kiszámított értékét behelyettesítve kapjuk, hogy az érintő gömb sugara $R = \frac{(2 + \sqrt{2})r}{2}$.