

Megoldás. Jelöljük a folyadékok tömegét m_i -vel, egy bizonyos hőmérsékleten – mondjuk $0\text{ }^\circ\text{C}$ -on – mérhető térfogatukat v_i -vel, a kiegyenlítő közös T hőmérsékleten érvényes térfogatukat pedig V'_i -vel ($i = 1, 2$)!

A két pohárban ugyanolyan folyadék van, sűrűségük tehát azonos hőmérsékleten megegyezik: $\varrho = \frac{m_1}{v_1} = \frac{m_2}{v_2}$, ahonnan

$$(1) \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

A folyadékok összeöntése után kialakuló közös hőmérsékletet a leadott és a felvett hő egyenlősége határozza meg: $c m_1(T_1 - T) = c m_2(T - T_2)$, ahol c a folyadék fajhője. (Feltételeztük, hogy $T_1 > T_2$, de a megoldás további menete során nem fogjuk kihasználni, hogy melyik folyadék volt a melegebb.) A közös hőmérséklet

$$(2) \quad T = \frac{v_1 T_1 + v_2 T_2}{v_1 + v_2}.$$

A folyadékok térfogata ΔT hőmérsékletváltozás hatására $\Delta V = v\beta\Delta T$ értékkel változik meg (β a folyadék hőtágulási együtthatója). Eszerint, ha T_i a Celsius-skálán mért hőmérsékleteket jelöli, fennáll

$$V_1 = v_1(1 + \beta T_1), \quad \text{illetve} \quad V_2 = v_2(1 + \beta T_2),$$

ahonnan

$$(3) \quad v_1 = \frac{V_1}{1 + \beta T_1},$$

$$(4) \quad v_2 = \frac{V_2}{1 + \beta T_2}.$$

A folyadékok térfogata az összeöntés után $V'_1 = v_1(1 + \beta T)$, illetve $V'_2 = v_2(1 + \beta T)$. Az össztérfogat tehát $V'_1 + V'_2 = v_1 + v_2 + \beta(v_1 + v_2)T$, ami (2) felhasználásával

$$V'_1 + V'_2 = v_1 + v_2 + \beta(v_1 T_1 + v_2 T_2) = v_1(1 + \beta T_1) + v_2(1 + \beta T_2) = V_1 + V_2.$$

(Az utolsó lépésben a (3) és (4) összefüggéseket használtuk ki.) Azt kaptuk tehát, hogy a folyadékok össztérfogata a hőcsere hatására *nem* változik meg.

Megjegyzés. A megoldás során feltételeztük, hogy a folyadékok hőmérséklete abba a tartományba esik, ahol a hőtágulási együtthatók állandónak tekinthetők. Megfontolásaink nem érvényesek pl. a vízre annak fagyáspontja és $8\text{ }^\circ\text{C}$ között (lásd a **P. 3754.** feladat megoldását a KöMaL 2005. májusi számában). Érdekes lenne megvizsgálni, hogy mi történik az össztérfogattal ilyen hőmérséklettartományba eső vízmennyiségek összeöntésekor.