Megoldás.[1] Tekintsünk egy h magas tornyot az Egyenlítőn, melynek tetejéről egy test – a toronyhoz képest – kezdősebesség nélkül esik le.

Írjuk le a mozgást az „állócsillagokhoz” rögzített inerciarendszerben! Ebben a rendszerben a Föld ω_0 szögsebességgel forog, a testnek tehát $(R+h)\omega_0$ kezdősebessége lesz (R a Föld sugarát jelöli).

Az elengedett test majdnem pontosan a torony által kijelölt „függőleges” irányban kezd gyorsulni. A test távolsága a Föld középpontjától jó közelítéssel az

$$r(t) = R + h - \frac{g}{2}t^2 \tag{1}$$

összefüggés szerint változik, és az esés teljes ideje

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{2}$$

lesz. (Ez a közelítés azért alkalmazható, mert $h \ll R$, és így a mozgás rövid szakaszán a Föld gravitációs erőterének függőleges komponense állandónak tekinthető.)

A testre a Föld centrális gravitációs erőtere hat, emiatt a Föld középpontjára vonatkoztatott perdület időben állandó marad. A perdület (impulzusmomentum) megmaradásának törvényét egy tömegpontra

$$(R+h)^2\,\omega_0 = r^2(t)\,\omega(t) \tag{3}$$

alakban írhatjuk fel, ahol $\omega(t)$ a test pillanatról pillanatra változó szögsebessége. Ez lényegében Kepler II. törvénye (a területi sebesség törvénye), amely most nem a Nap körül mozgó bolygókra, hanem a Föld körül „keringő” (pontosabban fogalmazva: az ellipszispályájának csak egy nagyon kis részét befutó) testre vonatkozik.

A test szögsebessége (vagyis a Föld középpontját és a testet összekötő egyenes irányának változási sebessége) (1) és (3) alapján

$$\omega(t) = \frac{(R+h)^2}{\left(R+h-\frac{g}{2}t^2\right)^2}\,\omega_0,$$

amit $\frac{g}{2}t^2 \ll R+h$ miatt

$$\omega(t) = \left[1 - \frac{gt^2}{2(R+h)}\right]^{-2}\omega_0 \approx \left(1 + \frac{gt^2}{R}\right)\omega_0$$

alakban is felírhatunk.

Az esés teljes T időtartama alatt a test rádiuszvektora

$$\Delta\alpha_1 = \int_0^T \omega(t)\,\mathrm{d}t \approx \left(T + \frac{gT^3}{3R}\right)\omega_0$$

szöggel, míg ugyanennyi idő alatt a torony alja csak

$$\Delta\alpha_2 = T\,\omega_0$$

szöggel fordul el kelet felé. A földet érő test tehát a torony aljától kelet felé

$$\Delta s = R\,(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2) = \frac{1}{3}\,g\omega_0 T^3 = \frac{2}{3}\,h\omega_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

távolságra esik le. Ha például $h = 100$ m, akkor $\Delta s \approx 2{,}2$ cm.

[1] Lásd még a „Merre esik az alma a fájától?” című cikket lapunk 297. oldalán!