

Megoldás. Jelöljük a becsapódó vízszög átmérőjét $2r$ -rel, a víz sebességét pedig v_0 -al!

A merev síklapnak csapódó vízszög forgásszimmetrikusan szétterül a lap mentén, sebessége (a becsapódás helyének kis környezetét leszámítva) jó közelítéssel vízszintes lesz. (Nagy becsapódási sebességeknél ez nem feltétlenül igaz; a víz fröcskölve is „visszaverődhet” a merev síkfelületről.)

A szimmetriatengelytől R távolságban érvényes sebesség nagyságát c -vel, a vízréteg vastagságát pedig $d(R)$ -rel fogjuk jelölni, és meghatározzuk ezeket a mennyiségeket. Ehhez két fizikai törvényt használunk fel: az anyagmegmaradást és a mechanikai energia megmaradásának törvényét. (Az utóbbi esetünkben azért alkalmazható, mert a síklap merev, tehát az ütközés során a külső erők nem végeznek munkát, továbbá a belső súrlódás hatásától is eltekintünk, hiszen a víz viszkozitása viszonylag kicsi.)

Tekintsünk egy kicsiny Δt időtartamot. Ennyi idő alatt a becsapódó vízszögben

$$V_1 = r^2 \pi \cdot v_0 \Delta t \rho$$

tömegű víz érkezik (ρ a víz sűrűsége), egy R sugarú kör (pontosabban: hengerpalást) mentén pedig

$$V_2 = 2R\pi \cdot v(R) \cdot d(R) \Delta t \rho$$

víz-tömeg távozik az ütközés helyszínéről. Ez a két térfogat – az anyagmegmaradás törvénye értelmében – meg kell egyezzen, tehát

$$r^2 \pi \cdot v_0 \Delta t \rho = 2R\pi \cdot v(R) \cdot d(R) \Delta t \rho,$$

azaz

$$(1) \quad \frac{v(R)}{v_0} = \frac{r^2}{2R d(R)}.$$

Hasonló módon fogalmazhatjuk meg az energia megmaradásának törvényét. A helyzeti energia a síklap mentén nem változik, az érkező és a távozó víz mozgási energiájának egyenlősége pedig így írható:

$$\frac{1}{2} r^2 \pi \cdot v_0 \Delta t \rho \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} 2R\pi \cdot v(R) \Delta t d(R) \rho \cdot v(R)^2,$$

azaz

$$(2) \quad \left(\frac{v(R)}{v_0} \right)^3 = \frac{r^2}{2R d(R)}.$$

Az (1) és (2) egyenletek jobb oldala megegyezik, tehát a bal oldaluk is egyenlő kell legyen, ahonnan

$$v(R) = v_0$$

adódik. A szétterülő víz sebessége tehát a síklapon nem függ a helyétől, mindenhol 2 m/s nagyságú. A vízvárta vastagsága:

$$d(R) = \frac{r^2}{2R},$$

tehát helyről helyre változik, a víz felszíne pedig forgási hiperboloid alakú.

Megjegyzések. 1. A lapnak csapódó vízszög sebessége és ezzel együtt a vízszög geometriai sugara a függőlegesen lefelé ható nehézségi erő hatására helyről helyre változik: a laphoz közeledve v növekszik, r pedig csökken. A megoldás során ettől a hatástól, a vízszög elvékonyodásától eltekintettünk.

2. Többen a Bernoulli-törvényre hivatkozva jutottak arra a következtetésre, hogy a szétterülő folyadék sebességének nagysága mindenhol ugyanakkora. Ez a megoldás egyenértékű a fentivel, hiszen a Bernoulli-törvény éppen az áramló folyadék energiájának megmaradását kifejező összefüggés.