Megoldás. A feladat megoldásához két hatást kell figyelembe vennünk. Az egyik végénél fogva gyorsított rúdban mechanikai feszültségek ébrednek, és ezek hatására a rúd rugalmas alakváltozást szenved, megnyúlik. Másrészt a gyorsuló rúd egyre nagyobb sebességgel mozog a laboratóriumi vonatkoztatási rendszerhez képest, emiatt – a relativitáselmélet egyik furcsa jelensége folytán – a laboratóriumi rendszerben mért hossza lecsökken, ún. Lorentz-kontrakciót szenved. Amikor ezen két hatás nagysága megegyezik, akkor áll fenn a feladatban megfogalmazott feltétel: a rúd hossza ismét a kezdeti érték lesz. (A gyorsítás folyamán a rúdban rugalmas rezgések is kialakulnak, ezek figyelembe vétele azonban nagyon elbonyolítaná a tárgyalást.)

Ha egy l hosszúságú, A keresztmetszetű acélrúd mindkét végét F erővel húzzuk, akkor a rúdban ébredő feszültség mindenhol ugyanakkora, nevezetesen F/A, és emiatt a rúd egyenletes mértékben fog deformálódni, hossza

$$(\Delta l)_0 = \frac{Fl}{EA}$$

értékkel nő (E az acél Young-modulusa). Más a helyzet akkor, amikor az acélrúd az egyik végénél ható F nagyságú erő hatására gyorsul (és más külső erő nem hat a testre). Ilyenkor a rúdban a mechanikai feszültség csak a húzott végének közelében lesz F/A, a rúd közepénél ennek csak a fele (hiszen az ott ébredő rugalmas erőknek csak a rúd fele tömegű részét kell gyorsítaniuk), a rúd túlsó vége pedig már egyáltalán nem lesz feszített állapotban. A rúdban kialakuló feszültség a rúd mentén egyenletesen változik, egyenletesen csökken $\dfrac{F}{A}$-ról nullára, átlagosan tehát $\dfrac{1}{2}\,\dfrac{F}{A}$, így a rúd megnyúlása

$$\Delta l = \frac{1}{2}\,(\Delta l)_0 = \frac{Fl}{2EA}.$$

Feltételezzük, hogy ez a megnyúlás sokkal kisebb, mint a rúd eredeti hossza, azaz $\Delta l \ll l$.

A relativisztikus hosszúságcsökkenés miatt a v sebességgel mozgó rúd hosszának mérőszáma a laboratóriumi rendszerben:

$$l^* = l \cdot \left(1 + \frac{F}{2EA}\right)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

és ez akkor egyezik meg a kezdeti hosszal, ha

$$\left(1 + \frac{F}{2EA}\right)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1.$$

(c a vákuumbeli fénysebesség.)

Feltevésünk szerint mind a rugalmas deformáció, mind pedig a Lorentz-kontrakció nagyon kicsi, tehát $\dfrac{F}{2EA} \ll 1$, és ugyanígy $\dfrac{v^2}{c^2} \ll 1$. Négyzetre emelés után a kicsiny tag négyzetét és a kicsiny tagok szorzatát elhanyagolva a

$$v \approx \sqrt{\frac{F}{EA}}\,c$$

összefüggést kapjuk. A gyorsulást egyenletesnek tekinthetjük (a relativisztikus tömegnövekedést $v \ll c$ miatt nem kell figyelembe vennünk), így felírhatjuk a Newton-féle mozgásegyenletet:

$$F = \varrho l A \cdot a$$

(ϱ az acél sűrűsége), illetve a sebesség, a gyorsulás és a rúd által megtett s út közötti kinematikai összefügést:

$$s = \frac{v^2}{2a}.$$

A fenti három egyenletből

$$\frac{s}{l} = \frac{\varrho c^2}{2E} \approx \frac{7800 \cdot 9 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} \approx 2 \cdot 10^9.$$

Tehát a rúdnak – ideális körülmények között – kezdeti hosszának mintegy *kétmilliárdszorosát* (!) kellene megtennie, hogy a feladatban megfogalmazott furcsa feltétel megvalósuljon. Érdekes, hogy ez az arányszám csak az acél anyagi állandóitól és a fénysebességtől függ, a rúd méretétől és a gyorsulás (vagy az erő) nagyságától nem.