

Megoldás. Az B pontban a golyó gyorsulása a szimmetria miatt nyilván csak függőleges (tehát centripetális) lehet, nagysága

$$a_{\text{cp}} = \frac{v_B^2}{R} = 3g,$$

ahonnan a golyó sebessége ebben a pontban:

$$v_B = \sqrt{3gR}.$$

Másrészt az energiamegmaradás törvénye szerint

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgR = \frac{1}{2}mv_B^2, \quad \text{ahonnan} \quad v_A = \sqrt{v_B^2 - 2gR} = \sqrt{gR},$$

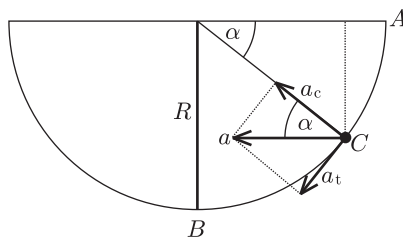
tehát ekkora kezdősebességgel kell indítani a golyót az A pontból.

A mozgás egy közbenső, az *ábrán* látható α szöggel jellemzett C helyzetében a golyó gyorsulása két részből, a sugár irányú centripetális gyorsulásból és az érintő irányú tangenciális (másnéven pályamenti) gyorsulásból tevődik össze. Az energiamegmaradás alapján

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgR \sin \alpha = \frac{1}{2}mv_C^2,$$

ahonnan a sebesség, majd a centripetális gyorsulás számolható:

$$a_c = \frac{v_C^2}{R} = g(1 + 2 \sin \alpha).$$



A tangenciális gyorsulást kizárólag a nehézségi gyorsulás érintő irányú komponense okozza, a pálya által kifejtett nyomóerőnek nincs ilyen irányú összetevője:

$$a_t = g \cos \alpha.$$

Az is igaz, hogy a kérdéses helyzetben (amikor az eredő gyorsulás vízszintes irányú) fennáll:

$$\frac{a_t}{a_c} = \tan \alpha, \quad \text{vagyis} \quad \frac{\cos \alpha}{1 + 2 \sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Ez az egyenlet $\sin \alpha$ -ra nézve másodfokú:

$$3 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0,$$

melynek fizikai jelentéssel bíró megoldása:

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{13} - 1}{6}; \quad \alpha = 25,7^\circ.$$

A gyorsulás nagysága ekkor

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} = g \sqrt{\cos^2 \alpha + (1 + 2 \sin \alpha)^2} \approx 20,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$