

Megoldás. Vezessük be a $2^x = a > 0$ új változót. Helyettesítés és rendezés után a következő, a -ban másodfokú egyenlethez jutunk:

$$3a^2 + (3x - 10)a + 3 - x = 0.$$

Innen

$$a_{1,2} = \frac{-(3x - 10) \pm \sqrt{(3x - 10)^2 - 12(3 - x)}}{6}.$$

A gyökjel alatt a kijelölt műveleteket elvégezve $(3x - 8)^2$ áll. Azaz

$$a_1 = \frac{10 - 3x + 3x - 8}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{és} \quad 2^x = \frac{1}{3} \text{-ből} \quad x_1 = \log_2 \frac{1}{3} \approx -1,585,$$

$$a_2 = \frac{10 - 3x - 3x + 8}{6} = 3 - x, \quad \text{vagyis} \quad 2^x = 3 - x.$$

Ábrázoljuk ez utóbbi két függvényt a koordinátarendszerben. A 2^x függvény szigorúan monoton nő, a $3 - x$ pedig szigorúan monoton csökken, ezért legfeljebb egy közös pontjuk lehet. Helyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy ez az $x = 1$ helyen van. Tehát az egyenlet megoldásai: $x_1 = \log_2 \frac{1}{3}$ és $x_2 = 1$.

