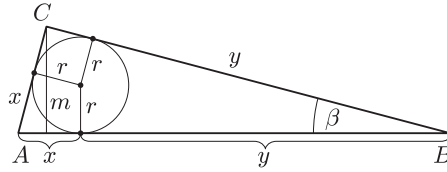


Megoldás. Az ABC derékszögű háromszög átfogójához tartozó magassága m , beírt körének sugara r , A -ból, illetve B -ből a beírt körhöz húzott érintőszakaszok hossza x , illetve y . Tudjuk, hogy $r = 0,45\,m = \frac{9}{20}\,m$.



Írjuk fel a háromszög területének kétszeresét kétféleképpen:

$$2T = (x + y)m,$$

illetve

$$2T = (x + y)r + (y + r)r + (x + r)r = 2(x + y + r)r.$$

A két terület egyenlőségéből az $r = \frac{9}{20}\,m$ összefüggés felhasználásával kapjuk, hogy

$$(x + y)m = 2 \left(x + y + \frac{9}{20}\,m \right) \frac{9}{20}\,m.$$

Osszunk $m \neq 0$ -val és végezzük el a műveleteket:

$$x + y = 2 \cdot \frac{9}{20}(x + y) + 2 \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{9}{20}\,m.$$

Innen

$$\frac{m}{x + y} = \frac{20}{81}; \quad \text{azaz} \quad \frac{m}{c} = \frac{20}{81},$$

és $m = \frac{20}{9}\,r$ -et helyettesítve kapjuk, hogy $r = \frac{1}{9}\,c$, vagyis a beírt kör sugara az átfogó 9-ed része.

Ezután írjuk fel a háromszögre Pitagorasz tételét:

$$(x + y)^2 = (x + r)^2 + (y + r)^2.$$

Rendezve az egyenletet kapjuk, hogy

$$(1) \quad xy = (x + y)r + r^2.$$

Ismerjük tehát az átfogó és a beírt kör sugarának arányát. Ez az arány hasonlóság erejéig meghatározza a derékszögű háromszöget. A hasonlóság pedig már egyértelműen meghatározza a háromszög szögeit.

Válasszuk az átfogót 9 egységnek, ekkor $x + y = 9$, innen $y = 9 - x$, a beírt kör sugara 1. Az (1) egyenletbe helyettesítve: $x(9 - x) = 10$, azaz $x^2 - 9x + 10 = 0$,

$$x = \frac{9 + \sqrt{41}}{2}, \quad \text{és} \quad \sin \beta = \frac{x + r}{x + y} = \frac{\frac{9 + \sqrt{41}}{2} + 1}{9}.$$

Elvégezve a kijelölt műveleteket: $\sin \beta \approx 0,9668$ és $\beta = 75,195^\circ$, a háromszög másik hegyesszöge pedig $\alpha = 14,805^\circ$.