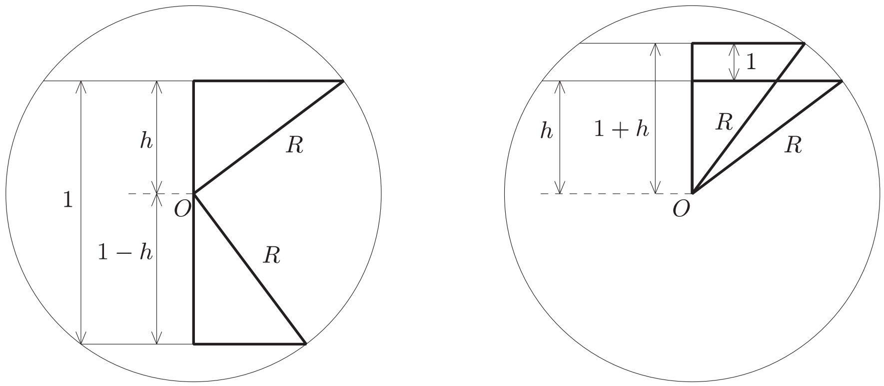
Megoldás. A metsző síkok helyzete kétféle lehet attól függően, hogy a gömb középpontja a két sík „között” van-e vagy sem. Tekintsük a gömbnek egy olyan síkmetszetét, amely átmegy a gömb középpontján és merőleges a metsző síkokra (*1. ábra*) A metszet mindkét esetben egy-egy főkör, amely a metsző síkokból párhuzamos húrokat metsz ki. Ezek hossza a 9π, illetve 16π területű kör átmérője, 6, illetve 8 egység. Jelölje h a gömb középpontjának a 16π területű körmetszettől mért távolságát. A síkmetszeten ez a főkör középpontjának a hosszabbik, 8 egységnyi húrtól mért távolsága. A középpontnak a rövidebbik húrtól mért d távolsága így $1-h$ az első esetben, illetve $1+h$ a másodikban.



1.a) *1.b)*

Mindkét esetben két derékszögű háromszög jön létre, ezek átfogója R, a gömb sugara. Pitagorasz tétele szerint mindkét esetben $R^2=3^2+d^2=4^2+h^2$. Az első esetben innen $-2h=6$ következik, ami nem lehetséges, hiszen h pozitív. A második esetben $2h=6$, azaz $h=3$, ahonnan $R^2=4^2+h^2$ alapján kapjuk, hogy $R=5$. A gömb felszíne ekkor $4\pi R^2=100\pi$.

Megjegyzések. 1. Figyelemre méltó, ahogy a feladat elrendezésében a $3;4;5$ oldalú pitagoraszi háromszög két példánya illeszkedik.

2. Ha a h mennyiség negatív értékét is megengedjük, akkor feleslegessé válik a feladat esetszétválasztása.