

Megoldás. A téglalap mozgása – ha a tömegközéppontján átmenő egyik, mondjuk a b hosszú oldalával párhuzamos tengely körül billeg – torziós lengés lesz, melynek frekvenciáját a forgómozgás $M = \Theta\beta$ egyenletéből határozhatjuk meg. A c vastagságú téglalest tehetetlenségi nyomatéka a kérdéses tengelyre

$$\Theta = \frac{1}{12} m(a^2 + c^2),$$

ahol (vékony lemeztől lévén szó) $c \ll a$, tehát $\Theta \approx \frac{m}{12} a^2$.

Ha a lemezt egy kicsiny φ szöggel kibillentjük az egyensúlyi helyzetéből, a lemez szélének függőleges elmozdulása $\Delta x \approx \frac{a}{2} \varphi$ lesz, az egyik oldalon felfelé, a másik oldalon pedig lefelé. A lemez sarkainál levő rugók mindegyike az eredetileg kifejtett erőn felül $F = D \cdot \Delta x = D \cdot \frac{a}{2} \varphi$ „többleterőt”, és ezzel együtt

$$F \frac{a}{2} = D \frac{a^2}{4} \varphi$$

többlet-forgatónyomatékokat fejt ki, az eredő forgatónyomaték tehát

$$M = -4D \frac{a^2}{4} \varphi = -Da^2 \varphi$$

lesz. (A negatív előjel azt fejezi ki, hogy mindegyik rugó többlet-forgatónyomatéka a kitéréssel ellentétes irányú.)

A mozgásegyenlet ezek szerint

$$\frac{m}{12} a^2 \cdot \beta = -Da^2 \varphi, \quad \text{azaz} \quad \beta = -12 \frac{D}{m} \varphi.$$

Összehasonlítva ezt az egyenletet a harmonikus rezgőmozgás megfelelő képletével, leolvashatjuk, hogy a rezgés körfrekvenciája $\omega = \sqrt{12 \frac{D}{m}}$, a frekvenciája pedig

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{12 \frac{D}{m}} \approx 3,9 \text{ Hz}$$

lesz.

Megjegyzés. Ugyanezt az eredményt úgy is megkaphatjuk, hogy a lemez egy szélső pontjának gyorsulását számítjuk ki olyankor, amikor a kérdéses pont kitérése Δx . A gyorsulás arányos a kitéréssel, a mozgás tehát harmonikus rezgőmozgás, melynek körfrekvenciája a gyorsulás és a kitérés arányának négyzetgyöke.

Mivel a frekvenciát meghatározó képletben nem szerepel a lemez a mérete, a lengési frekvencia a másik fajta billegés esetén is ugyanekkora, 3,9 Hz lesz.