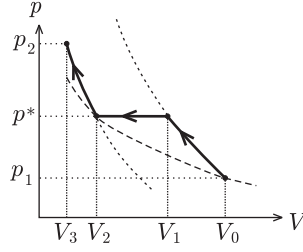


Megoldás. A levegő kétatomos gáz, szabadsági fokainak száma $f = 5$, fajhőhányadosa: $\kappa = 7/5$.



Az adiabatikus állapotváltozások egyenlete (Poisson-egyenlet) $pV^\kappa = \text{állandó}$, az izobár folyamaté pedig $pV = \text{állandó}$ (Boyle–Mariotte-törvény). Az *ábra* jelöléseit használva felírható:

$$V_1 = \left(\frac{p_1}{p^*}\right)^{\frac{5}{7}} \cdot V_0,$$

$$V_2 = \frac{p_1}{p^*} \cdot V_0,$$

$$V_3 = \left(\frac{p^*}{p_2}\right)^{\frac{5}{7}} \cdot \frac{p_1}{p^*} \cdot V_0.$$

A folyamat során végzett munka három tag összegeként írható fel. Az első adiabatikus összenyomásnál a gázon végzett munka a belső energiát növeli:

$$W_1 = \Delta E_{b1} = \frac{f}{2}(p^*V_1 - p_1V_0) = \frac{5}{2}\left[p^*\left(\frac{p_1}{p^*}\right)^{\frac{5}{7}} - p_1\right]V_0.$$

Az izobár összenyomásnál a munka a „görbe” alatti (téglalap) területével egyenlő:

$$W_2 = p^*(V_1 - V_2) = \left[p^*\left(\frac{p_1}{p^*}\right)^{\frac{5}{7}} - p_1\right]V_0;$$

végül a második adiabatikus összenyomásnál

$$W_3 = \Delta E_{b3} = \frac{f}{2}(p_2V_3 - p^*V_2) = \frac{5}{2}\left[p_2\left(\frac{p^*}{p_2}\right)^{\frac{5}{7}}\frac{p_1}{p^*} - p_1\right]V_0.$$

A teljes munkavégzés: $W = W_1 + W_2 + W_3$, ami algebrai átalakítások után az alábbi alakra hozható:

$$W = \frac{1}{2}p_1V_0 \cdot \left[-12 + \left\{5\left(\frac{p_2}{p^*}\right)^{\frac{2}{7}} + 7\left(\frac{p^*}{p_1}\right)^{\frac{2}{7}}\right\}\right].$$

Látható, hogy W akkor a legkevesebb, amikor a kapcsos zárójelben álló kifejezés minimális, ez pedig – a számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenség szerint – a zárójelben álló két tag egyenlőségénél teljesül:

$$5\left(\frac{p_2}{p^*}\right)^{\frac{2}{7}} = 7\left(\frac{p^*}{p_1}\right)^{\frac{2}{7}},$$

azaz

$$p^* = \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt{p_1p_2} \approx 0,55 \cdot \sqrt{p_1p_2}.$$

Ez lesz az a p^* nyomás, amelyre a végzett munka minimális, feltéve, hogy $p^* > p_1$, azaz

$$\frac{p_1}{p_2} < 0,55^2 \approx 0,3.$$

Amennyiben ez a feltétel nem teljesül, úgy $p^* = p_1$ lesz a kért nyomás, és a folyamat csak egyetlen adiabatikus összenyomásból áll.