I. megoldás. Megmutatjuk, hogy az adott szám osztható 323-mal. A bizonyítást két részletben végezzük el. A 323 felbontható két prímszám, a 17 és a 19 szorzatára. Ha bebizonyítjuk, hogy a kifejezés mindkét számmal osztható, akkor megoldottuk a feladatot. Sőt, ennél többet is: a 2004 helyett bármely páros hatványra be tudjuk látni az oszthatóságot.

Első lépésben nézzük meg a 17-tel való oszthatóságot. Ehhez csoportosítsuk át a tagokat, legyen $(20^{2k}-3^{2k})+(16^{2k}-1)$ a sorrend. Ekkor ismert azonosság alapján mindkét zárójelből ki tudunk emelni 17-et. (Az a^n-b^n kifejezésből kiemelhető $a-b$, illetve az $a^{2n}-b^{2n}$ kifejezésből kiemelhető $a-b$ és $a+b$, azaz a^2-b^2.) Az első zárójelből kiemelhető $20-3=17$, a másodikból pedig $16^2-1^2=255$, ami a 17 és a 15 szorzata. Ezzel a 17-tel való oszthatóságot beláttuk.

Most ismét átcsoportosítunk a 19 kiemeléséhez: $(20^{2k}-1^{2k})+(16^{2k}-3^{2k})$. Az előbbiek szerint az első tagból kiemelhető $20-1=19$, a másodikból pedig $16+3=19$. Ezzel a 19-cel való oszthatóságot is beláttuk.

Ezzel megoldottuk a feladatot bármely páros kitevőjű hatványra, tehát 2004-re is.

II. megoldás. Mivel $323=17\cdot 19$ és $(17;19)=1$, azért a vizsgált kifejezés akkor és csak akkor osztható 323-mal, ha osztható 17-tel és 19-cel is.

Vizsgáljuk először a 17-tel való oszthatóságot:

$$20\equiv 3 \pmod{17}, \qquad \text{amiből} \quad 20^{2004}\equiv 3^{2004} \pmod{17}.$$

$$16\equiv -1 \pmod{17}, \qquad \text{amiből} \quad 16^{2004}\equiv 1^{2004} \pmod{17}.$$

Így $17 \mid 20^{2004}-3^{2004}+16^{2004}-1$.

Most vizsgáljuk a 19-cel való oszthatóságot:

$$20\equiv 1 \pmod{19}, \qquad \text{amiből} \quad 20^{2004}\equiv 1^{2004} \pmod{19}.$$

$$16\equiv -3 \pmod{19}, \qquad \text{amiből} \quad 16^{2004}\equiv 3^{2004} \pmod{19}.$$

Így $19 \mid 20^{2004}-1+16^{2004}-3^{2004}$.

Tehát $323 \mid 20^{2004}+16^{2004}-3^{2004}-1$.

(A megoldás során csak azt használtuk fel, hogy a 2004 páros, ezért az állítás bármilyen páros kitevőre igaz.)