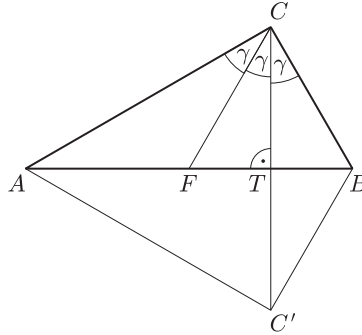


Megoldás. Legyen a háromszög C -ből induló magasságvonalának talppontja T , az AB oldal felezőpontja F , a C csúcs AB egyenesre vonatkozó tükörképe pedig C' . Feltehetjük, hogy T az FB szakasz belsejében van. Legyen $BCA \sphericalangle = 3\gamma$. Ekkor a feltételek szerint $BCT \sphericalangle = TCF \sphericalangle = FCA \sphericalangle = \gamma$.



Az FCT és BCT háromszögek egybevágók, mert TC oldaluk közös, az azon fekvő szögeik pedig páronként egyenlők. Tehát $FT = TB$, s mivel F felezi az AB oldalt, azért $FT = \frac{AF}{2}$, vagyis F az AT szakasz T -hez közelebbi harmadolópontja. C' származtatása miatt T felezi a CC' szakaszt és $AC = AC'$. Az $AC'C$ háromszögnek tehát AT súlyvonala, F pedig súlypontja. Vagyis a háromszög C csúcsához tartozó súlyvonala felezi a C -nél lévő szöget. Ebből következik, hogy a háromszög C -n átmenő oldalai egyenlőek, azaz $AC = CC'$. Vagyis az $AC'C$ háromszög oldalai egyenlőek, tehát a háromszög szabályos. Így minden szöge 60° -os, azaz $ACC' \sphericalangle = 2\gamma = 60^\circ$, amiből kapjuk, hogy $BCA \sphericalangle = 3\gamma = 90^\circ$. Az ABC háromszög másik két szöge pedig $BAC \sphericalangle = 90^\circ - TCA \sphericalangle = 30^\circ$ és $ABC \sphericalangle = 90^\circ - TCB \sphericalangle = 60^\circ$. Könnyen ellenőrizhető, hogy ha egy háromszög szögei 30° , 60° és 90° , akkor a derékszögű csúcsból induló magasságvonal és súlyvonal harmadolják a szöget.

Ezzel a feladat állításánál többet láttunk be, megmutattuk, hogy az ABC háromszög derékszögű, hegyesszögei pedig 30° és 60° .