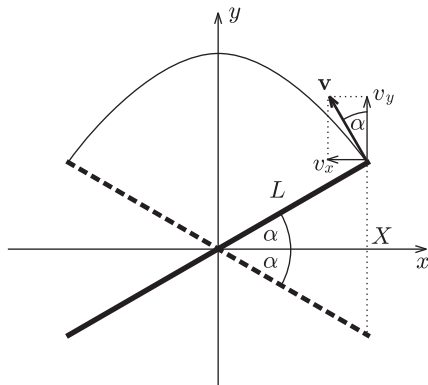


**Megoldás.** a) Tegyük fel, hogy a golyó sebessége az ütközés előtt  $\mathbf{v}_1$ , az ütközés után pedig  $\mathbf{v}_2$ . A golyó akkor repül ugyanazon a pályán vissza, mint amelyen érkezett, ha  $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_2$ . Emellett annak is teljesülnie kell, hogy a golyó a rúdra merőlegesen érkezik és verődik vissza onnan.

Legyen  $v = |\mathbf{v}_1| = |\mathbf{v}_2|$ , a periódusidőt pedig jelölje  $T$ . Két ütközés között a rúd elfordulása

$$\varphi = \frac{T}{2}\omega = \pm \frac{\pi}{3} = \pm 60^\circ,$$

s a szimmetria miatt az ábrán látható szög:  $\alpha = 30^\circ$ .



A golyó sebességének komponensei az ütközés után:

$$v_y = v \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}v, \quad v_x = v \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}v.$$

A golyó a periódusidő  $\frac{1}{4}$  részében emelkedik, ezalatt a függőleges irányú sebessége nullára csökken, tehát

$$v_y - g\frac{T}{4} = 0,$$

ahonnan

$$v = \frac{gT}{2\sqrt{3}}.$$

A vízszintes sebességkomponens, ami két ütközés között állandó, és a pálya legmagasabb pontján a golyó teljes sebességének nagyságával egyezik meg:

$$v_x = \frac{gT}{4\sqrt{3}} = 1,42 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Legyen a rúd hossza  $2L$ , az egyik ütközési pont vízszintes koordinátája pedig  $X$ . Ekkor egyrészt  $X = \frac{T}{4}v_x$ , másrészt  $\frac{X}{L} = \cos 30^\circ$ , ahonnan

$$L = \frac{X}{\cos 30^\circ} = \frac{2X}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{T}{4} \cdot \frac{gT}{4\sqrt{3}} = \frac{gT^2}{24} \approx 0,41 \text{ m},$$

a rúd hossza tehát  $2L \approx 0,82 \text{ m}$ .

c) A forgástengely nem fejt ki forgatónyomatékokat a rúdra (a nehézségi erő hatása pedig az ütközés igen rövid ideje alatt elhanyagolható), így a teljes rendszer (rúd + golyó) perdülete (impulzusnyomatéka) ütközés előtt és után ugyanakkora:

$$-mvL + \frac{1}{12}M \cdot (2L)^2 \cdot \omega = mvL - \frac{1}{12}M \cdot (2L)^2 \cdot \omega,$$

ahonnan

$$\frac{m}{M} = \frac{L\omega}{3v} = \frac{\sqrt{3}\pi}{54} \approx 0,1.$$