

Megoldás. Ismeretes, hogy adott alapú számrendszerben felírt számokat a számrendszer alapszámával úgy szorozhatunk, hogy az egészek után álló vesszőt – ami a tízes számrendszerben a tizedesvessző – egy helyiértékkal „jobbra léptetjük”. Ennek megfelelően az $a \cdot F$, illetve az $a \cdot G$ számok a -alapú számrendszerben

$$a \cdot F = 3,7373 \dots = 3,\dot{7}\dot{3} \quad \text{és} \quad a \cdot G = 7,3737 \dots = 7,\dot{3}\dot{7}.$$

Mivel $a \cdot F$ és G törtrésze egyenlő, a különbségük egész szám:

$$(1) \quad a \cdot F - G = 3.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy

$$(2) \quad a \cdot G - F = 7.$$

A b -alapú számrendszerben felírt alakokat b -vel szorozva hasonlóan kapjuk, hogy

$$(3) \quad b \cdot F - G = 2,5\dot{2} - 0,5\dot{2} = 2, \quad \text{illetve}$$

$$(4) \quad b \cdot G - F = 5,2\dot{5} - 0,2\dot{5} = 5.$$

A kapott négyismeretlenes egyenletrendszerből kell meghatároznunk a és b értékét, tudva, hogy mindketten 1-nél nagyobb egész számok.

Az (1) és a (3) egyenleteket kivonva $(a - b)F = 1$, a (2) és a (4) egyenletek különbségéből pedig $(a - b)G = 2$ adódik. Innen $G = 2F$, az (1), illetve a (2) egyenletekből tehát

$$\frac{1}{F} = \frac{a - 2}{3} = \frac{2a - 1}{7}.$$

Az a értéke ebből az egyenletből 11. Hasonlóan kapjuk a (3) és a (4) egyenletekből, hogy

$$\frac{1}{F} = \frac{b - 2}{2} = \frac{2b - 1}{5},$$

ahonnan $b = 8$.

A feladat megoldása tehát $a = 11$ és $b = 8$. Ebben az esetben $F = \frac{1}{3}$ és $G = \frac{2}{3}$ és ezek a törtek valóban a megadott alakúak a 11-es, illetve a 8-as számrendszerben.