

Megoldás. Tekintsük az alábbi minden nem negatív valós a és b -re igaz egyenlőtlenséget:

$$(1) \qquad \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{b} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0.$$

Végezzük el a négyzetre emelést:

$$a + \frac{1}{4} - \sqrt{a} + b + \frac{1}{4} - \sqrt{b} \geq 0.$$

Rendezés után éppen a bizonyítandó egyenlőtlenséget kapjuk, vagyis

$$a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

(1)-ből leolvasható, hogy az egyenlőség feltétele $\sqrt{a} = \frac{1}{2} = \sqrt{b}$, azaz $a = b = \frac{1}{4}$.