

Megoldás. Jelöljük a cicák sebességét \mathbf{v}_C -vel és \mathbf{v}_M -mel, a megfelelő tömegeket pedig m_C -vel és m_M -mel!

a) Culu sebességét Muluhoz viszonyítva a $\mathbf{V} = \mathbf{v}_C - \mathbf{v}_M$ vektor adja meg, ennek nagysága Pitagorasz tétele szerint

$$V = \sqrt{|\mathbf{v}_C|^2 + |\mathbf{v}_M|^2} = \sqrt{\left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \approx 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) A tömegközépponti rendszerben (ahonnan nézve a „rendszer” összimpulzusa nulla) mindkét cica impulzusa ugyanakkora nagyságú (és ellentétes irányú). A Mulunál háromszor kisebb tömegű Culu sebessége tehát – ebben a koordináta-rendszerben – Mulu sebességének *háromszorosa*.

c) Tekintsünk egy olyan koordináta-rendszert, amelynek x tengelye Mulu mozgásiránya, y tengelye Culu mozgásiránya, és legyen ennek a vonatkoztatási rendszernek a sebessége az utcákhoz képest (v_x, v_y) . Ebben a rendszerben a két cica összes mozgási energiája (az SI-beli mértékegységek elhagyásával)

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot [(2 - v_x)^2 + v_y^2] + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot [v_x^2 + (4 - v_y)^2] = \\ &= 4v_x^2 + 4v_y^2 - 12v_x - 8v_y + 28 = 4(v_x - 1,5)^2 + 4(v_y - 1)^2 + 15. \end{aligned}$$

Ez a kifejezés akkor minimális, ha $v_x = 1,5$ és $v_y = 1$, ami éppen a két cica tömegközéppontjának sebességével egyezik meg, s ekkor $E = E_{\text{TKP}} = 15$ J.

Megjegyzés. Azt a tényt, hogy a cicák összes mozgási energiája a tömegközépponti vonatkoztatási rendszerben a legkisebb, a következőképpen is beláthatjuk.

Egy pontrendszer (a jelen esetben a cicákat ilyen rendszernek tekintjük) mozgási energiája tetszőleges koordináta-rendszerben 2 tag összegeként írható fel. Az egyik tag a tömegközéppont sebességével mozgó és a rendszer össztömegével megegyező tömegű test mozgási energiája, a másik pedig a tömegközépponthoz viszonyított mozgások sebességéből számolt energia. A két tag összege nyilván akkor a legkisebb, ha a tömegközéppont sebessége nulla, vagyis ha éppen a tömegközépponti koordináta-rendszerben vagyunk.

Az utcákhoz rögzített rendszerben a cicák mozgási energiája összesen 28 J, a tömegközéppontba képzelt össztömegnek megfelelő mozgási energia 13 J, a tömegközépponthoz viszonyított mozgási energia a fenti két érték különbsége, azaz 15 J.