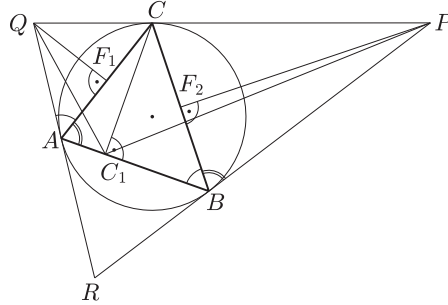


Megoldás. Jelöljük az AC oldal felezőpontját F_1 -gyel, a BC oldal felezőpontját pedig F_2 -vel. Mivel egy pontból egy körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő, azért a QAC és PCB háromszögek egyenlőszárúak, s így QF_1 merőleges AC -re, PF_2 pedig merőleges BC -re. A QAF_1 derékszögű háromszög hasonló a CBC_1 derékszögű háromszöghöz, a PBF_2 derékszögű háromszög pedig hasonló a CAC_1 derékszögű háromszöghöz, mert $QAF_1 \sphericalangle = CBC_1 \sphericalangle$ és $PBF_2 \sphericalangle = CAC_1 \sphericalangle$, ugyanis előbbieket az ABC háromszög körülírt körének rövidebbik AC , utóbbiak pedig a rövidebbik BC ívéhez tartozó érintőszárú, illetve közöséges kerületi szögek (lásd az *ábrát*).



Ezekből viszont következik, hogy az AC_1Q és a BC_1P háromszögek is hasonlóak, mert megegyezik egyik szögük és az azt közrefogó oldalak aránya. Ugyanis

$$QAC_1 \sphericalangle = QAF_1 \sphericalangle + CAC_1 \sphericalangle = CBC_1 \sphericalangle + PBF_2 \sphericalangle = PBC_1 \sphericalangle,$$

és a

$$\frac{QA}{AF_1} = \frac{CB}{BC_1} \quad \text{és} \quad \frac{PB}{BF_2} = \frac{CA}{AC_1}$$

egyenlőségekből következően

$$QA \cdot BC_1 = AF_1 \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CB = CA \cdot BF_2 = PB \cdot AC_1,$$

tehát

$$\frac{QA}{AC_1} = \frac{PB}{BC_1}.$$

Vagyis $AC_1Q \sphericalangle = BC_1P \sphericalangle$. De mivel CC_1 merőleges AB -re,

$$QC_1C \sphericalangle = 90^\circ - AC_1Q \sphericalangle = 90^\circ - BC_1P \sphericalangle = PC_1C \sphericalangle.$$

Tehát CC_1 felezi a QC_1P szöget, ami éppen a bizonyítandó állítás.