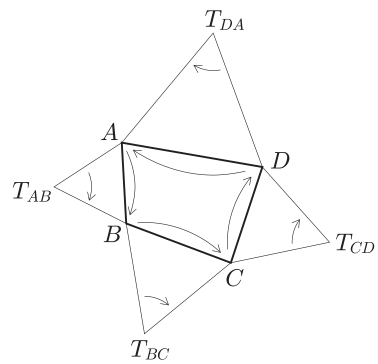
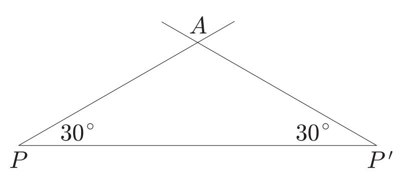
Megoldás. A szerkesztendő négyszög csúcsait pozitív forgásirányban jelölje rendre A, B, C, D, az XY oldalra kifelé írt szabályos háromszög X-től és Y-tól különböző csúcsát pedig jelöljük T_{XY}-nal.

Tekintsük a T_{AB}, T_{BC}, T_{CD} és T_{DA} körüli $-60°$-os elforgatások egymásutánját. Tudjuk, hogy két elforgatás egymásutánja szintén elforgatás, melynek szöge az eredeti elforgatások szögeinek összege. Ezért a négy elforgatás egymásutánja olyan elforgatás, melynek szöge $4 \cdot (-60°)$, azaz $120°$. Másrészt a négy elforgatás egymásutánja A-t önmagába viszi, mert az első forgatásnál A képe B, a másodiknál B képe C, a harmadiknál C képe D, a negyediknél pedig D képe A. Tehát A ennek a $120°$-os elforgatásnak a fixpontja.



1. ábra

Egy ilyen elforgatásnak egyetlen fixpontja van, a forgatás középpontja. Ezt könnyen megszerkeszthetjük: Tetszőleges P pontra alkalmazzuk a T_{AB}, T_{BC}, T_{CD} és T_{DA} körüli $-60°$-os elforgatások egymásutánját, az így kapott pont legyen P'. Ekkor P-t az A körüli $120°$-os elforgatás viszi át P'-be. Ezért vagy $P \equiv P'$ és ekkor $P \equiv A$, vagy $P \neq P'$ és ekkor PAP' egy negatív körüljárású, $120°$-os szárszögű egyenlőszárú háromszög. Ennek a háromszögnek az A csúcsa P és P' ismeretében egyszerűen megszerkeszthető (*2. ábra*). Ezután A-ra alkalmazva a T_{AB} körüli $-60°$-os elforgatást majd a kapott B pontra a T_{BC} körüli $-60°$-os elforgatást és végül a kapott C pontra a T_{CD} körüli $-60°$-os elforgatást kapjuk a szerkesztendő négyszög D csúcsát.



2. ábra