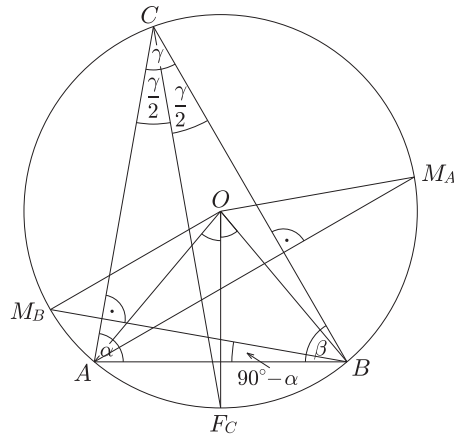


Megoldás.



Megoldás. Az ABC háromszög hegyesszögű, ezért a magasságpont és a körülírt kör O középpontja a háromszög belsejében van. A kerületi és középponti szögek tételét alkalmazzuk:

$$\angle AOF_C = 2 \cdot \angle ACF_C = 2 \cdot \frac{\gamma}{2} = \gamma.$$

Mivel $M_B B \perp AC$, így $\angle M_B B A = 90^\circ - \alpha$. Ismét a kerületi és középponti szögek tétele szerint:

$$\begin{aligned} \angle M_B O A &= 2 \cdot \angle M_B B A = \\ &= 2 \cdot (90^\circ - \alpha) = 180^\circ - 2\alpha. \end{aligned}$$

Így $\angle M_B O F_C = \gamma + 180^\circ - 2\alpha$. Hasonlóan adódik, hogy $\angle M_A O F_C = \gamma + 180^\circ - 2\beta$. Ezekből

$$\begin{aligned} \angle M_A O M_B &= 360^\circ - \angle M_B O F_C - \angle M_A O F_C = \\ &= 360^\circ - (\gamma + 180^\circ - 2\alpha) - (\gamma + 180^\circ - 2\beta) = 2\alpha + 2\beta - 2\gamma = 360^\circ - 4\gamma \end{aligned}$$

(felhasználva, hogy $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$).

Tehát a három adott nagyságú szög a háromszög szögeivel kifejezve: $360^\circ - 4\gamma$, $180^\circ + \gamma - 2\alpha$, $180^\circ + \gamma - 2\beta$. Mivel a feladatban α és β szerepe felcserélhető, alapvetően három esetet különböztethetünk meg:

1. $360^\circ - 4\gamma = 60^\circ$, innen $\gamma = 75^\circ$,
 $180^\circ + 75^\circ - 2\alpha = 100^\circ \Rightarrow \alpha = 77,5^\circ$,
 $180^\circ + 75^\circ - 2\beta = 200^\circ \Rightarrow \beta = 27,5^\circ$.
2. $360^\circ - 4\gamma = 100^\circ$, innen $\gamma = 65^\circ$,
 $180^\circ + 65^\circ - 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 92,5^\circ > 90^\circ$: nem hegyesszögű a háromszög
 $(180^\circ + 65^\circ - 2\beta = 200^\circ \Rightarrow \beta = 22,5^\circ)$.
3. $360^\circ - 4\gamma = 200^\circ$, innen $\gamma = 40^\circ$,
 $180^\circ + 40^\circ - 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 80^\circ$,
 $180^\circ + 40^\circ - 2\beta = 100^\circ \Rightarrow \beta = 60^\circ$.

Tehát a feladatnak két megoldása van a hegyesszögű háromszögek körében: $\gamma = 75^\circ$, α és β nagysága $77,5^\circ$, ill. $27,5^\circ$; vagy $\gamma = 40^\circ$, α és β nagysága 60° , ill. 80° .