

Megoldás. Ha a 2004 szám mindegyike 1-es volna, akkor a számok összege 2004, szorzatuk 1, és ez nem felel meg a feladat követelményének. Kell tehát, hogy legyen a számok között legalább egy 1-től különböző. Ha csak egy ilyen szám van és azt x jelöli, akkor a feltétel szerint $2003 + x = x$. A feladatnak így sincs megoldása.

Tegyük fel, hogy a számok között 2 darab 1-től különböző van, jelöljük ezeket x -szel és y -nal. Ekkor

$$(1) \quad 2002 + x + y = xy,$$

rendezve az egyenletet:

$$2002 + y = x(y - 1), \quad \text{innen} \quad x = \frac{2002 + y}{y - 1} = \frac{2003 + y - 1}{y - 1} = 1 + \frac{2003}{y - 1}.$$

Ez akkor egész, ha $y \neq 1$ és $\frac{2003}{y - 1}$ egész. Mivel 2003 prímszám, két eset lehetséges:

$\frac{2003}{y - 1} = 1$, innen $2003 = y - 1$, azaz $y = 2004$ és $x = 2$. Ekkor (1)-be helyettesítve: $2002 + 2004 + 2 = 2 \cdot 2004$, valóban teljesül az egyenlőség.

Vagy: $\frac{2003}{y - 1} = 2003$, innen $y = 2$ és $x = 2004$. Erről már beláttuk, hogy megoldása az (1) egyenletnek.

A feladatban feltett kérdésre a válasz tehát: igen. Egy megoldás: 2002 darab 1-es, egy 2-es és egy 2004-es.

Megjegyzés: *Hutyán Péter* (Győr, Czuczor Gergely Bencés Gimn., 11. évf.) azt is vizsgálta, hogy létezik-e a feladatnak más megoldása is. Három 1-estől különböző szám esetén (az előzőkhöz hasonló módon) azt találta, hogy az

$$\underbrace{1, 1, 1, \dots, 1}_{2001 \text{ db}}, 10, 12, 17$$

számok is jók. Továbbá 4 darab 1-től különböző számra az

$$\underbrace{1, 1, 1, \dots, 1}_{2000 \text{ db}}, 3, 2, 9, 38$$

számok is eleget tesznek a feladat követelményének. A megfelelő diofantikus egyenletek programot használt.