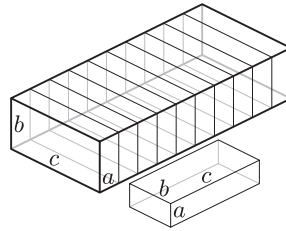


Megoldás. A doboz éleinek hosszát jelöljük a , b , c -vel, ekkor a térfogata abc , a csomagé pedig tízszer ennyi. Ha a csomag hasonló a dobozhoz, akkor a hasonlóság aránya a térfogatok arányának a köbgyöke, $\sqrt[3]{10}$, a csomag mérete tehát $\sqrt[3]{10}a \cdot \sqrt[3]{10}b \cdot \sqrt[3]{10}c$.

A tíz dobozt kétféleképpen rendezhetjük téglatest alakú csomaggá: ha egy kiszemelt lap mentén egymás mellé helyezzük valamennyit, vagy ha két ötös oszlopot illesztünk egymáshoz. Az élek szerepe szimmetrikus, így feltehető, hogy az első esetben egy $10a \cdot b \cdot c$, a másodikban pedig egy $5a \cdot 2b \cdot c$ méretű téglatest adódik. Ha a doboz és a csomag hasonló, akkor a $\{\sqrt[3]{10}a; \sqrt[3]{10}b; \sqrt[3]{10}c\}$ számhármass az első esetben a $\{10a; b; c\}$, a másodikban pedig az $\{5a; 2b; c\}$ számhármassal azonos az elemek valamilyen sorrendjében. (Az azonos helyen álló mennyiségek nyilván nem lehetnek egyenlők, tehát például $\sqrt[3]{10}a \neq 10a$, vagy $\sqrt[3]{10}b \neq 2b$.)

Az első esetben a szimmetria miatt feltehető, hogy $\sqrt[3]{10}a = b$. Ekkor $b \neq \sqrt[3]{10}b = \sqrt[3]{100}a \neq 10a$, és így $\sqrt[3]{10}b = c$, végül $\sqrt[3]{10}c = (\sqrt[3]{10})^3 a = 10a$. Tehát ha $a : b : c = 1 : \sqrt[3]{10} : \sqrt[3]{100}$, akkor a $b \times c$ lap mentén egymásra helyezett tíz doboz megvalósítja az igazgató elképzelését (1. ábra). (Az élek hosszai egy $\sqrt[3]{10}$ hányadosú mértani sorozat szomszédos elemei, a $\sqrt[3]{10}$ arányú nagyítás után egy tízszeres térfogatú hasonló téglatestet kapunk.)



1. ábra

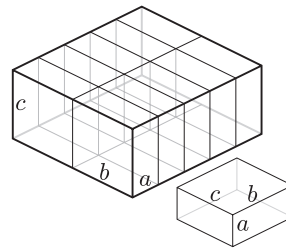
A második esetben $\{\sqrt[3]{10}a; \sqrt[3]{10}b; \sqrt[3]{10}c\} = \{5a; 2b; c\}$. Most b és c szerepe nem szimmetrikus, két megoldást kapunk:

$$5a = \sqrt[3]{10}b, \quad 2b = \sqrt[3]{10}c \quad \text{és} \quad c = \sqrt[3]{10}a, \quad \text{ahonnan} \quad a : b : c = \sqrt[3]{10} : 5 : \sqrt[3]{100}$$

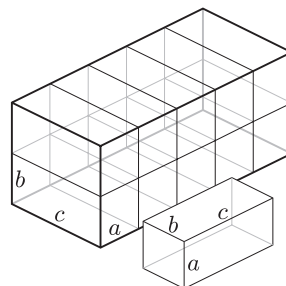
(2. ábra) vagy pedig

$$5a = \sqrt[3]{10}c, \quad 2b = \sqrt[3]{10}a \quad \text{és} \quad c = \sqrt[3]{10}b, \quad \text{ahonnan} \quad a : b : c = 2 : \sqrt[3]{10} : \sqrt[3]{100}$$

(3. ábra). Mindkét változatban a $b \times c$ lap mentén egymásra helyezett öt dobozból álló téglatest két példányát kell összeilleszteni az $5a \times c$ lap mentén.



2. ábra



3. ábra

Bódi Zoltán dolgozatjavító megjegyzései: Igazuk volt azoknak, akik úgy képzelték, hogy mivel $\sqrt[3]{10}$ nem szerkeszthető, azért nincs megoldása a feladatnak. Ez valóban azt jelenti, hogy gyakorlatilag nincs megoldás, de elméletben igen. Természetesen mindazok, akik eljutottak ahhoz, hogy az elképzelés megvalósítható és ezt példával illusztrálták is, megkapták az 5 pontot.

Azok, akik eljutottak addig, hogy az arány $\sqrt[3]{10}$, 1 pontot kaptak a dolgozatukra.