

**Megoldás.** Jelölje  $x$  a bot azon részének hosszát, amely a súrlódó felület felett található. Mivel a bot egyenletesen nyomja a csövet, az  $x$  hosszú részét

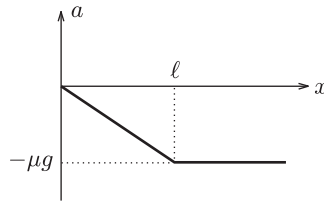
$$K = \frac{x}{\ell} mg$$

erő szorítja a súrlódó felülethez, a súrlódási erő tehát  $S = -\mu K = -\mu \frac{x}{\ell} mg$ . (A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a súrlódási erő a bot mozgásirányával ellentétes irányú.)

A bot vízszintes irányú mozgásegyenlete  $S = ma$ , ahonnan

$$a(x) = -\frac{\mu g}{\ell} \cdot x.$$

Ez az összefüggés, amely alakilag megegyezik a harmonikus rezgőmozgás egyenletével, csak addig érvényes, amíg a bot még nem csúszott át teljes egészében a másik csőbe, vagyis amíg  $x \leq \ell$ . Ha  $x > \ell$ , akkor a súrlódási erő állandó,  $-\mu mg$  értékű, a bot gyorsulása tehát ilyenkor  $-\mu g$ . A bot gyorsulás-elmozdulás függvénye az *ábrán* látható grafikonnal szemléltethető.



A bot mozgásának időbeli leírásához két esetet kell megkülönböztetnünk.

a) Ha a súrlódás elegendően nagy ahhoz, hogy a bot még a másik csőbe való teljes átcsúszás előtt megálljon, akkor a lefékezés időtartama – a mozgásegyenlet és a rezgőmozgás egyenletének hasonló alakja miatt – egy harmonikus rezgőmozgás negyed periódusideje:

$$t = \frac{1}{4} T = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega},$$

ahol a körfrekvencia (mint az a rezgőmozgás  $a = -\omega^2 x$  összefüggéséből leolvasható)

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{\ell}}.$$

A bot megállásáig eltelt idő ezek szerint

$$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\ell}{\mu g}},$$

feltéve, hogy ennyi idő alatt a bot még nem tett meg  $\ell$  utat. Ennek feltételét pl. a munkatétel segítségével fogalmazhatjuk meg: a súrlódási erő munkája  $\ell$  úton nagyobb kell legyen, mint a test kezdeti mozgási energiája:

$$\frac{\mu mg}{2} \ell > \frac{1}{2} mv_0^2, \quad \text{azaz} \quad \mu > \frac{v_0^2}{g\ell}.$$

b) Ha  $\mu < \frac{v_0^2}{g\ell}$ , akkor a bot bizonyos  $t_1$  ideig  $\omega$  körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgás részfolyamatát végzi, majd miután teljes egészében átjutott a másik csőbe és a sebessége  $v_1$  értékre csökkent, valamekkora  $t_2$  idő alatt egyenletesen lassulva megáll. A megállásig eltelt teljes idő  $t_1$  és  $t_2$  összege.

A  $v_1$  sebességet ismét a munkatétel segítségével határozhatjuk meg:

$$\frac{\mu mg}{2} \ell = \frac{1}{2} mv_0^2 - \frac{1}{2} mv_1^2, \quad \text{ahonnan} \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 - \mu g\ell}.$$

Másrészt igaz, hogy a bot sebessége a harmonikus rezgőmozgás során  $v(t) = v_0 \cos \omega t$  módon változik, tehát  $v_1 = v_0 \cos \omega t_1$ , ahonnan

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{\ell}{\mu g}} \arccos \sqrt{1 - \frac{\mu g\ell}{v_0^2}} = \sqrt{\frac{\ell}{\mu g}} \arcsin \sqrt{\frac{\mu g\ell}{v_0^2}}.$$

A mozgás második szakasza  $v_1$  kezdősebességgel induló,  $-a = \mu g$  lassulással mozgó test megállásáig, vagyis

$$t_2 = -\frac{v_1}{a} = \frac{\sqrt{v_0^2 - \mu g\ell}}{\mu g}$$

ideig tart. A bot lelassulásának teljes ideje

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{\ell}{\mu g}} \arcsin \sqrt{\frac{\mu g \ell}{v_0^2}} + \frac{\sqrt{v_0^2 - \mu g \ell}}{\mu g}.$$

A kétféle megoldás  $\mu = \frac{v_0^2}{g\ell}$  határesetben ugyanazt az értéket adja:

$$t = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\ell}{v_0}.$$

*Megjegyzés.* Sok versenyző – tévesen – úgy gondolta, hogy mivel  $a(x)$  lineáris függvény, számolhat a legnagyobb és a legkisebb gyorsulás átlagával (számtani közepével). Ez azért nem helyes, mert a gyorsulás itt most a megtett út függvényében változik lineárisan, nem pedig időben (ez utóbbi esetben jogos lenne az „átlagolás”).