

I. megoldás. a) Az ellenállás nagysága az Ohm-törvény szerint

$$R = \frac{U_{\text{kezdeti}}}{I_{\text{kezdeti}}} = \frac{100 \text{ V}}{100 \mu\text{A}} = 1 \text{ M}\Omega.$$

c) Az áram 2 másodpercenként 0,4-szeresére csökken, tehát $k \cdot 2 \text{ s}$ alatt az eredeti érték $0,4^k$ -szorosára változik:

$$0,41 \mu\text{A} = 0,4^k \cdot 100 \mu\text{A}.$$

Innen akár próbálgatással is megkaphatjuk:

$$100 \rightarrow 40 \rightarrow 16 \rightarrow 6,4 \rightarrow 2,56 \rightarrow 1,024 \rightarrow 0,4096,$$

tehát (jó közelítéssel) 6-szor 2 s, azaz 12 másodperc alatt csökken az áramerősség a megadott értékre. Pontosabban számolva:

$$k = \frac{\log \frac{0,41}{100}}{\log 0,4} = 5,999, \quad \text{ahonnan} \quad t = 5,999 \cdot 2 \text{ s} \approx 12 \text{ s}.$$

b) Az első 2 másodpercben az áramerősség $100 \mu\text{A}$ -ról $40 \mu\text{A}$ -re csökken, közelítőleg tehát (az átlagos $70 \mu\text{A}$ -rel számolva) $70 \mu\text{C}$ töltés áramlott le a kondenzátorról. (Ez csak közelítőleg igaz, hiszen az áramerősség időben nem egyenletesen csökken, de a közelítés elég jó.) A következő 2 másodpercben kb. $56 \mu\text{C}$, a továbbiakban pedig rendre $22 \mu\text{C}$, $9 \mu\text{C}$, $3 \mu\text{C}$ stb. áramlik le a kondenzátorról.

Ezek szerint a kondenzátor töltése kezdetben közelítőleg

$$Q_0 = (140 + 56 + 22 + 9 + 3 + \dots) \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

volt. (A ki nem írt tagok az alkalmazott közelítés pontossága mellett elhanyagolhatók.) A kondenzátor kapacitása tehát

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2,3 \cdot 10^{-4} \text{ C}}{100 \text{ V}} = 2,3 \mu\text{F}.$$

Pontosabb eredményt kaphatunk, ha nem a kondenzátor teljes töltését, hanem csak egy igen rövid idő alatt róla leáramló töltést számítjuk ki állandónak feltételezett áramerősség mellett. A kondenzátor árama és ezzel arányosan a feszültsége és a töltése is 2 másodpercenként 0,4-es tényezővel szorozódik. Eszerint 1 másodperc alatt ezek a mennyiségek $\sqrt{0,4} = 0,632$ -szeresükre csökkennek, $1/2$ másodperc alatt $\sqrt{0,632} = 0,795$ -szeresükre stb. Egy zsebszámológéppel könnyen és gyorsan kiszámíthatjuk, hogy pl. $\frac{1}{128} \text{ s}$ alatt a kezdeti Q_0 töltésből csak $0,9964 Q_0$ maradt a kondenzátoron, $\Delta Q = 0,0036 Q_0$ átfolyt az ellenálláson. Mivel a kezdeti áramerősség és az időtartam szorzata éppen ezzel a töltéssel egyenlő, innen megkaphatjuk, hogy

$$Q_0 = 2,18 \cdot 10^{-4} \text{ C},$$

a kapacitás tehát $2,18 \mu\text{F}$.

II. megoldás. a) A terhelő ellenállás az I. megoldásban ismertetett módon elemi úton számolható.

b) Ha egy C kapacitású kondenzátort R ellenálláson sütünk ki, az áramerősség

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

módon változik időben. A megadott adatok szerint

$$0,4 I_0 = I_0 e^{-\frac{2 \text{ s}}{RC}},$$

ahonnan

$$C = \frac{2 \text{ s}}{10^6 \Omega \cdot \ln \frac{100}{40}} = 2,183 \mu\text{F} \approx 2,2 \mu\text{F}.$$

c) Az áram csökkenésének ismert üteméből

$$t = RC \cdot \ln \frac{I(0)}{I(t)} = 10^6 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \ln \frac{100}{0,41} \approx 12 \text{ s}.$$