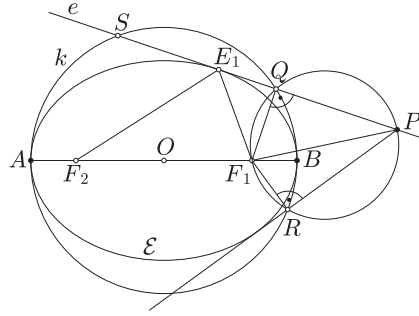


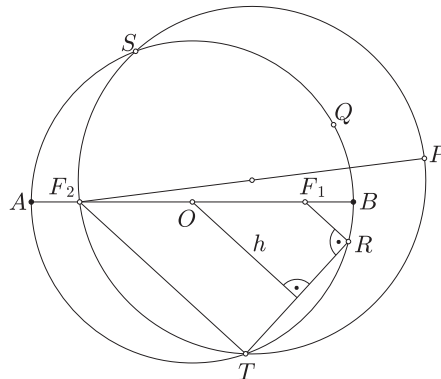
I. megoldás. Jelöljük a nagytengely két adott végpontját A -val, illetve B -vel, az ellipszis fókuszait F_1 -gyel és F_2 -vel, főkörét (ami nem más, mint az AB szakasz Thalész-köre) pedig k -val (1. ábra).



1. ábra

Ismert (lásd pl. Kiss Gy.: *Amit jó tudni a kúpszeletekről* c. cikkét e számunk 450. oldalán), hogy egy g egyenes pontosan akkor érinti $\mathcal{E}$ -t, ha F_1 -ből és F_2 -ből a g -re állított merőlegesek talppontjai k -n vannak. Ezt felhasználva a szerkesztés menete: Megszerkesztjük az AB szakasz Thalész-körét, k -t, majd pedig k és e metszéspontjait, Q -t és S -et. Ezek egyikében – az ábrán Q -ban – merőlegest állítunk e -re, ez a merőleges kimetszi az AB szakaszból $\mathcal{E}$ egyik fókuszát, F_1 -et. Megrajzoljuk az F_1P szakasz Thalész-körét, ennek és k -nak a Q -tól különböző R metszéspontja lesz az F_1 -ből a P -n átmenő $\mathcal{E}$ -hez húzható másik érintőre bocsátott merőleges talppontja. Végül összekötve P -t R -rel kapjuk a keresett érintőt.

Ha e két különböző pontban metszi k -t, de nem metszi az AB szakaszt, akkor egy megoldása van a feladatnak. Ha ugyanis Q és F_1 helyett az S és F_2 pontokat használjuk a szerkesztéshez, akkor az F_2P szakasz Thalész-körének és k -nak az S -től különböző T metszéspontjára teljesül, hogy RT felezőmerőlegese, h , átmegy k középpontján, O -n. Viszont O egyúttal az F_1F_2 szakasz felezőpontja is, ezért F_1R és h párhuzamosságaból következik h és F_2T párhuzamossága (2. ábra), tehát T rajta van F_2P Thalész-körén. Ha e két pontban metszi k -t, de metszi az AB szakaszt is, akkor nyilván nincs megoldás. Ha e érinti k -t és az érintési pont A vagy B , akkor az adatok alapján nem lehet meghatározni a P -ből húzható másik érintőt. Ha e olyan pontban érinti k -t, amely A -tól is és B -től is különbözik, akkor $\mathcal{E}$ megegyezik k -val (a kört elfajult ellipszisként tekinthetjük). Ebben az esetben P -ből az ismert módon szerkeszthetünk érintőt k -hoz. Végül, ha e -nek és k -nak nincs közös pontja, akkor a feladatnak nincs megoldása.



2. ábra

II. megoldás. A jelölések és a diszkusszió megegyezik az I. megoldásban leírtakkal, csak a szerkesztés menetére adunk más eljárást.

Ismert, hogy k -t egy olyan merőleges tengelyes affinitás viszi át $\mathcal{E}$ -be, melynek tengelye az AB egyenes. Ennek az affinitásnak az inverze az e egyenest a k kört érintő g egyenesbe viszi. Legyen e és az AB egyenes metszéspontja H . Ekkor H az affinitásnál helyben marad, ezért g is átmegy rajta. Tehát g -t megkapjuk, ha H -ból megszerkesztjük azt a k -hoz húzott érintőt, amelyik az AB egyenesnek ugyanazon az oldalán érinti k -t, ahol P van. Ha P -nek az affinitás inverzénél kapott képét R jelöli, akkor R -t megszerkeszthetjük, mert ez a P -ből AB -re állított merőleges és g metszéspontja. Ezután szerkesszük meg az R -ből k -hoz húzott másik érintőt, jelöljük ezt f -fel. Mivel a k -t $\mathcal{E}$ -be vivő affinitás k érintőit $\mathcal{E}$ érintőibe viszi, azért f -nek az affinitásnál kapott képe éppen a keresett érintő. Ezt legegyszerűbben úgy szerkeszthetjük meg, hogy f és az AB egyenes – a 3. ábrán F -fel jelölt – metszéspontját (ami az affinitás fixpontja) összekötjük P -vel.



3. *ábra*