

## Megoldás.<sup>1</sup>

### 1. A mérés elve

Tekintsünk egy  $m$  tömegű,  $x$  tömegszázalékos oldatot. Kémiai tanulmányokból ismeretes, hogy egy ideális oldat (azaz amelyben az oldott részecskék között nincs kölcsönhatás)  $T_f$  fagyáspontja jó közelítéssel lineárisan függ a molaritásból kifejezett koncentrációtól:

$$T_f = T_0 + K \cdot \mu,$$

ahol  $T_0$  az oldószer fagyáspontja,  $K$  az oldószerre jellemző állandó ( $K < 0$ ),  $\mu$  az oldat molaritása (az oldott anyag mólszámának és az oldószer tömegének hányadosa). Az oldott anyag tömege  $m$ , az oldószer tömege  $(1-x) \cdot m$ , így az oldott anyag molaritása

$$\mu = \frac{\frac{x \cdot m}{M}}{(1-x) \cdot m} = \frac{x}{1-x} \cdot \frac{1}{M},$$

ahol  $M$  az oldott anyag moláris tömege. Ezek szerint az oldat fagyáspontja az oldandó anyag tömegszázalékának függvényében:

$$(1) \quad T_f = T_0 + \frac{K}{M} \cdot \frac{x}{1-x}.$$

A függvényt vizsgálva látható, hogy ha a glicerín vizes oldatát készítjük el, akkor az oldat fagyáspontja a víz fagyáspontja (tehát  $0^\circ\text{C}$ ) alatt lesz, mégpedig minél töményebb az oldat, annál alacsonyabban.

### 2. A mérés leírása

A méréshez szükséges glicerint<sup>2</sup> gyógyszerházból szereztem be. Ez nem tiszta glicerín volt, hanem annak vizes oldata. (Különböző okok miatt tisztán nem forgalmazzák.) Az általam vásárolt 500 g oldat  $x_0 = 87,7$  m/m%-os töménységű volt, sűrűsége  $1221 \text{ kg/m}^3$ . (Ezek az adatok pontosnak tekinthetők, a gyógyszerházi dokumentációja szerint ez a „szabvány” a gyógyszerházi glicerinnak.)

Az  $x_0$  töménységű oldatot desztillált vízzel hígítva előállítottam egyenként 150 g tömegű, 5, 10, ... m/m%-os oldatokat az alábbi összetételben:

| m/m% | $x_0$ oldat tömege (g) | deszt. víz tömege (g) |
|------|------------------------|-----------------------|
| 0    | 0,0                    | 150,0                 |
| 5    | 8,6                    | 141,4                 |
| 10   | 17,1                   | 132,9                 |
| 15   | 25,7                   | 124,3                 |
| 20   | 34,2                   | 115,8                 |
| 25   | 42,8                   | 107,2                 |
| 30   | 51,3                   | 98,7                  |
| 35   | 59,9                   | 90,1                  |
| 40   | 68,4                   | 81,6                  |
| 45   | 77,0                   | 73,0                  |
| 50   | 85,5                   | 64,5                  |

I. táblázat. A vizsgált oldatok összetétele

Ha a fagyáspontot akarjuk meghatározni, nehézségekbe ütközünk, mivel az „éppen megfagyó” oldat megfigyelése és hőmérsékletének mérése egy mélyhűtőben – akár kívül, akár belül tartózkodunk – kellemetlen feladat. A fagyásponttal definíciószerűen megegyező olvadáspont mérése azonban kényelmes; az oldatokat fagyáspontjuk alá kell hűteni, és felmelegítve az olvadás során kialakuló hőmérsékletet kell megfigyelni.

A glicerín és a víz tömegét vízszintezett kétkarú mérleggel, hitelesített súlysorozattal mértem ki. Az elkészített oldatokat tiszta műanyag poharakban fagyasztóba tettem, és megvártam, míg az összes megfagy; ehhez (még a mélyhűtő leghidegebb, kb.  $-25^\circ\text{C}$ -os gyorsfagyasztó üzemmódjában is) több órára volt szükség. Ezután kivettem az oldatokat a fagyasztóból, és szobahőmérsékleten hagytam őket megolvadni, ami leghamarabb a legtöményebbnél következett be. Az olvadás során először igen sűrű, kásás állapot jött létre. A folyékony részben összetapadó, zselés kristályok úszkáltak. A hőmérséklet emelkedésével egyre nőtt a folyékony halmazállapotú rész mennyisége, és fogytak a kristályok, így a rendszer egyre tisztult, közelített az eredeti, átlátszó, homogén állapotához. Közben folyamatosan kevergettem az oldatot, hogy egyenletesen olvadjon.

A hőmérséklet mérésére  $0,1^\circ\text{C}$  pontosságú digitális hőmérőt használtam. A hőmérő fém érzékelőjét az oldatba lógatva folyamatosan lehetett figyelni a hőmérséklet változását. Magának az olvadáspontnak a meghatározása nem könnyű feladat, hiszen azt az állapotot kell megtalálni, amikor a kristályok éppen eltűnnek, és csak a tiszta folyadék marad meg.

<sup>1</sup> A mérési feladatoknál szokásos beszámolóktól eltérően most (csaknem változatlan alakban) egyetlen dolgozatot ismertetünk.

<sup>2</sup> A tiszta glicerín adatai (Függvénytáblázat): fagyáspontja  $17,8^\circ\text{C}$ , forráspontja  $290^\circ\text{C}$ , sűrűsége  $1260 \text{ kg/m}^3$ . A glicerín vízben és alkoholban oldódik. Szerkezeti képlete:  $\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_3$ .

### 3. Mérési adatok

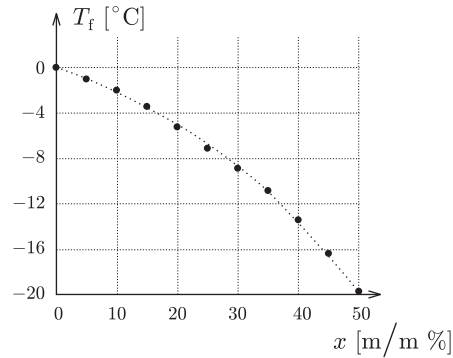
A II. táblázat tartalmazza az I. táblázatban leírt adatok  $T_f$  fagyáspontját:

| m/m%       | 0   | 5    | 10   | 15   | 20   | 25   | 30   | 35    | 40    | 45    | 50    |
|------------|-----|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| $T_f$ [°C] | 0,0 | -1,0 | -2,0 | -3,5 | -5,2 | -6,8 | -8,7 | -10,8 | -13,3 | -16,2 | -19,8 |

II. táblázat. A vizsgált oldatok fagyáspontja

### 4. A mérési adatok értékelése.

Az 1. grafikon mutatja az (1) elméleti görbét és a II. táblázat mérési pontjait. Az elméleti görbe ábrázolásánál a következő adatokkal számoltam: a vízre jellemző állandó:  $K = -1,86 \frac{\text{kg } ^\circ\text{C}}{\text{mol}}$ , a víz fagyáspontja  $T_0 = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$ , a glicerin moláris tömege:  $M = 92,1 \text{ g/mol}$ .



1. grafikon. A glicerin vizes oldatának fagyáspontja a koncentráció függvényében

A grafikonról látható, hogy a mérési adatok igen jól illeszkednek az elméleti görbére. A glicerin vizes oldatának fagyáspontja a glicerin tömegszázalékának függvényében nemlineárisan csökken.

### 5. A mérés hibája

Az oldatok fagyáspontjára kapott érték hibáját két független hibaforrás határozza meg: a tömegmérés, és ebből adódóan a tömegszázalék hibája, valamint a hőmérséklet mérésének hibája.

A kétkarú mérleggel kb. 0,1 g pontossággal lehetett tömeget mérni. Ez azt jelenti, hogy az oldatokban levő víz és a glicerin tömege 0,1 g-mal eltérhet az I. táblázatban megadottaktól. Ez a glicerin tömegszázalékára nézve még a legrosszabb esetben sem jelent 1%-nál nagyobb hibát, ami a fagyáspontra átszámítva néhány század foknyi hibának felel meg. A gyógyszerárban kapható glicerin és az oldószerként használt, orvosi célra árusított desztillált víz összetételéből származó hibával együtt ez mintegy 0,1 °C-os hibát jelent a fagyáspontra.

Az oldat fagyáspontjának hőmérsékletét 0,1 °C pontossággal lehetett meghatározni.

Összességében a glicerin vizes oldatának fagyáspontját mintegy 0,2 °C abszolút hibával lehetett megmérni.