Megoldás. Ha a kondenzátorra feszültséget kapcsolunk, akkor a lemezek (a henger alaplapja és a dugattyú) ellentétes töltésekkel feltöltődnek, és vonzani kezdik egymást. A dugattyú emiatt elmozdul, a gáz térfogata csökken, a gáz nyomása pedig megnő. Az egyensúly akkor áll be, amikor a dugattyúra ható erők (amelyek a külső és a belső gáznyomásból, valamint az elektromos vonzásból származnak) eredője nulla lesz. Legyen ekkor a lemezek távolsága d!

A gáz hőmérséklete állandó, így a Boyle–Mariotte-törvény alapján $pV = p_0V_0$, azaz $p = p_0\dfrac{V_0}{V} = p_0\dfrac{d_0}{d}$. A kondenzátor A nagyságú lemezeire került töltés

$$Q = CU = \varepsilon_0\frac{A}{d}U,$$

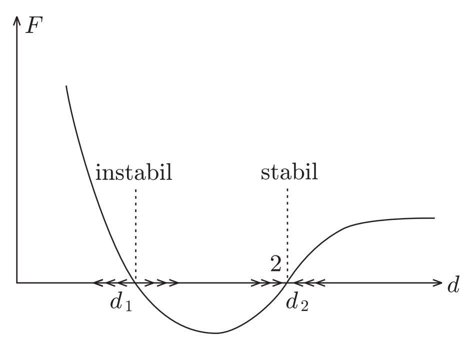
a kialakuló elektromos mező térerőssége $E = U/d$, a lemezekre ható elektromos vonzóerő pedig $F_\mathrm{e} = \dfrac{1}{2}QE = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\dfrac{AU^2}{d^2}$. A dugattyúra ható eredő erő

$$\sum F = F_\mathrm{e} + p_0A - pA = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{AU^2}{d^2} + p_0A - p_0\frac{d_0}{d}A = 0.$$

Innen d-re a következő másodfokú egyenletet kapjuk: $p_0\, d^2 - p_0d_0\, d + \dfrac{1}{2}\varepsilon_0U^2 = 0$, amelynek gyökei

$$d_{1,2} = \frac{d_0}{2}\left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{2\varepsilon_0U^2}{p_0d_0^2}}\right).$$

Mindkét megoldásnak megfelelő helyzetben fennáll az erőegyensúly, ám nem lesz mindkét esetben stabil egyensúlyban a dugattyú.



A stabilitási viszonyok tisztázása érdekében ábrázoljuk vázlatosan a dugattyúra ható eredő erőt a d távolság függvényében! (A gáz térfogatát csökkenteni igyekvő erőket választjuk pozitívnak.) A grafikonról leolvashatjuk, hogy a nagyobb gáztérfogatnak megfelelő d_2 a stabil, a másik megoldás pedig az instabil egyensúlyi helyzetet adja meg. (Legyen pl. d egy kicsivel nagyobb, mint d_2, ekkor az eredő erő pozitív, tehát d csökkenni fog. Hasonlóan, ha d egy kicsivel kisebb, mint d_2, akkor az eredő erő negatív, emiatt a lemezek távolsága növekedni kezd. Mindkét eset azt mutatja, hogy a $d = d_2$ helyzet stabil. A másik egyensúly közelében az erők eredője éppen ellentétes előjelű, tehát az ebből a helyzetből kicsit kimozdított dugattyú egyre jobban eltávolodik az egyensúlyi állapottól.)

A fenti megoldás csak akkor érvényes, ha a másodfokú egyenlet diszkriminánsa pozitív, azaz $U < U_\mathrm{kritikus} = d_0\sqrt{\dfrac{p_0}{2\varepsilon_0}}$. Amennyiben $U \geq U_\mathrm{kritikus}$ teljesülne, a fenti egyenletek alapján számolva a dugattyúnak semekkora véges d érték mellett sem lenne stabil egyensúlyi helyzete, és a gáz térfogata látszólag egészen nulláig csökkenne.

Megjegyzés. A gáz térfogata persze még $U \geq U_\mathrm{kritikus}$ esetben sem fog nullára csökkenni, ennek több oka is van. Kis térfogatnál (nagy sűrűségnél) a levegő már nem tekinthető ideális gáznak, izotermikus állapotváltozását a Boyle–Mariotte-törvény nem írja le helyesen. Elegendő nagy nyomáson a levegő cseppfolyósodik. Ha esetleg olyan gázt tartalmazna az edény, amely nagyon nagy nyomáson is ideálisnak tekinthető, akkor a vizsgált folyamatban a tartály előbb-utóbb felrobbanna.

A kritikus feszültségnél az elektromos térerősség már a kezdeti állapotban

$$E = \frac{U_\mathrm{kritikus}}{d_0} = \sqrt{\frac{p_0}{2\varepsilon_0}} \approx 75\ \frac{\mathrm{MV}}{\mathrm{m}}$$

lenne, ez pedig több mint 20-szorosa a száraz levegő kritikus (átütési) térerősségének (és még az igen jó szigetelő csillámét is meghaladja)! Ha valamilyen különleges gáz kritikus térerőssége esetleg nagyobb lenne a kezdeti állapotban fellépő elektromos térerősségnél, mivel a kondenzátor lemezeinek közeledtével a térerősség egyre növekszik, még ez a gáz is előbb vagy utóbb átütne.