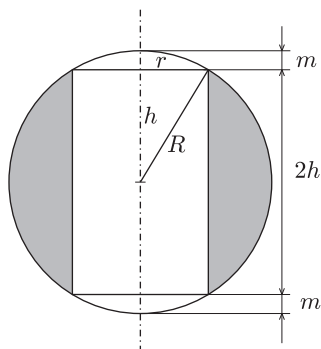


Megoldás. Megmutatjuk, hogy mindegyik kifúrt gyöngy térfogata ugyanakkora, tehát a tömegük is megegyezik.



Legyen a kifúratlan, gömb alakú gyöngy sugara R , a furat sugara pedig r . Az eltávolított rész (lásd az *ábrát*) két, egyenként m magasságú gömbszeletből és egy r sugarú, $2h$ magasságú hengerből áll, ahol $r^2 = R^2 - h^2$ és $m = R - h$. A kifúrt gyöngy térfogata:

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{gyöngy}} - 2V_{\text{gömbszelet}} - V_{\text{henger}} = \\ &= \frac{4R^3\pi}{3} - 2 \cdot \frac{m\pi}{6} (3r^2 + m^2) - 2h \cdot r^2\pi. \end{aligned}$$

Felhasználva m és h fentebb megadott alakját kapjuk, hogy

$$V = \frac{\pi}{3} [4R^3 - (R - h)(3R^2 - 3h^2 + R^2 - 2Rh + h^2) - 6h(R^2 - h^2)] = \frac{4h^3\pi}{3}.$$

Látható, hogy ez a térfogat csak a furat magasságától függ, tehát az adott feltételek mellett mindegyik gyöngyszemre ugyanakkora.