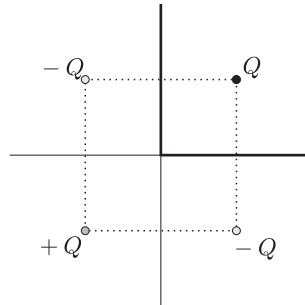


A derékszögben meghajlított nagyméretű („végtelen” nagynak tekinthető) fémlap hatása olyan, mintha a Q töltésnek a két síkra vonatkoztatott tükörképénél lenne egy-egy $-Q$ töltésű, a sarokra vonatkoztatott tükörképénél pedig egy $+Q$ töltésű kicsiny test (1. ábra). (A fémlap mentén a négy töltés eredő potenciálja, amely egymást páronként kiejtő tagok összegeként áll elő, azonosan nulla, vagyis állandó. Ez a feltétel, amely az elektrosztatikában fémekre mindig igaz, a „kétszeresen tükrözött” pontba helyezett $+Q$ töltés nélkül nyilván nem teljesülne.)



1. ábra

a) A testre ható eredő erő a három tükörtöltés által kifejtett \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 és \mathbf{F}_3 erő vektori összege (2. ábra), ahol

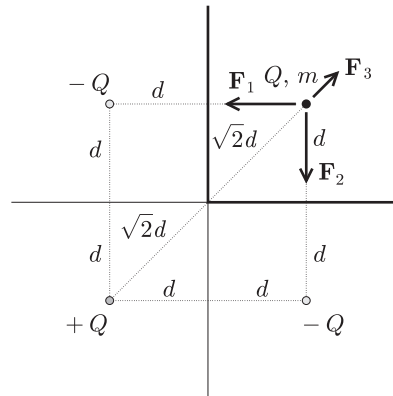
$$|\mathbf{F}_1| = |\mathbf{F}_2| = k \frac{Q^2}{(2d)^2}, \quad |\mathbf{F}_3| = k \frac{Q^2}{(2\sqrt{2}d)^2}.$$

Ez az eredő erő az elrendezés szimmetriatengelye mentén hat (vagyis a fémlap hajlata felé mutat), és a nagysága határozza meg a test kezdeti a gyorsulását:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}F_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}F_2 - F_3 = k \frac{Q^2}{8d^2} (2\sqrt{2} - 1) = ma,$$

ahonnan

$$a = \frac{2\sqrt{2} - 1}{8} \frac{kQ^2}{md^2} \approx 0,23 \frac{kQ^2}{md^2}.$$



2. ábra

b) A test a fémlap hajlata felé gyorsul, tehát az egyes lemezekről mért távolsága minden pillanatban megegyezik. Jelöljük ezt a távolságot x -szel! A testre ható eredő erő minden pillanatban a kezdeti erőhöz hasonlóan számítható. Az eredmény a fenti képlettől csak annyiban különbözik, hogy d helyett x szerepel benne. (Az erőt úgy számíthatjuk ki, hogy a ténylegesen mozgó testtel együtt mozgónak képzeljük el a „virtuális” tükörtöltéseket is.)

Az eredő erő $F(x)$ nagyságának ismeretében a test sebességét a *munkatétel* segítségével számíthatjuk ki. Az erő munkáját (amely megadja a test mozgási energiájának megváltozását) pl. integrálszámítással határozhatjuk meg:

$$\frac{1}{2}mv^2 = W = - \int_d^{d/2} F(x) \sqrt{2} dx = kQ^2 \sqrt{2} \frac{2\sqrt{2} - 1}{8} \int_{d/2}^d \frac{1}{x^2} dx = \frac{4 - \sqrt{2}}{8} \frac{kQ^2}{d}.$$

Innen a test sebessége

$$v = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \frac{kQ^2}{md}} \approx 0,8 \sqrt{\frac{kQ^2}{md}}.$$

Elemi úton, integrálszámítás nélkül is meghatározhatjuk a test sebességét a kérdéses pontban. Képzeljük el, hogy a kezdőpillanatban vizsgált testtel azonos tömegű és az *1. ábrán* látható töltésű valódi testeket helyezzük a tükörtöltéseknek megfelelő pontokba, majd a rendszert magára hagyjuk. Ekkor mind a négy test ugyanolyan módon fog gyorsulni, tehát a rendszer a mozgása során megőrzi a négyzet alakot és a négy test sebességének nagysága minden pillanatban egymással megegyező lesz. A rendszer *teljes* energiája – vagyis a 4 test mozgási energiájának és a 6 töltéspár elektrosztatikus kölcsönhatási energiájának összege – a mozgás során változatlan marad:

$$-4k \frac{Q^2}{2d} + 2k \frac{Q^2}{2\sqrt{2}d} = 4 \cdot \frac{mv^2}{2} - 4k \frac{Q^2}{2(d/2)} + 2k \frac{Q^2}{2\sqrt{2}(d/2)}.$$

Innen a sebességet kifejezve a korábbival megegyező kifejezést kapunk.

Megjegyzés. Nagyon lényeges, hogy a rendszer potenciális energiájának csökkenését ne csupán a ténylegesen mozgó (valódi) test mozgási energia-változásával tegyük egyenlővé, hanem a (ténylegesen nem létező, mindössze a számítást megkönnyítő) tükörtöltések helyén mozgó (virtuális) testek mozgási energiáját is figyelembe vegyük. Ennek elmulasztása láthatóan hibás eredményre vezetne.