

Megoldás. Feltehető, hogy $\alpha \leq \beta \leq \gamma$. Írjuk fel γ -t $180^\circ - (\alpha + \beta)$ alakban. Ezzel az eredeti egyenlet $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos(180^\circ - (3\alpha + 3\beta)) = 1$ alakú lesz. Azonos átalakításokkal: $\cos 3\alpha + \cos 3\beta = 1 + \cos(3\alpha + 3\beta)$. A bal oldalon a $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$, a jobb oldalon pedig az $1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$ összefüggéseket felhasználva:

$$2 \cos \frac{3\alpha + 3\beta}{2} \cdot \cos \frac{3\alpha - 3\beta}{2} = 2 \cos^2 \frac{3\alpha + 3\beta}{2}$$

adódik.

Az egyenlet további azonos átalakításával azt kapjuk, hogy

$$\cos \frac{3\alpha + 3\beta}{2} \cdot \left(\cos \frac{3\alpha + 3\beta}{2} - \cos \frac{3\alpha - 3\beta}{2} \right) = 0.$$

A zárójeles kifejezésre a $\cos(x+y) - \cos(x-y) = -2 \sin x \cdot \sin y$ összefüggést alkalmazva egy 0-val egyenlő szorzatot kapunk: $-2 \cos \frac{3\alpha + 3\beta}{2} \cdot \sin \frac{3\alpha}{2} \cdot \sin \frac{3\beta}{2} = 0$. Tekintettel arra, hogy sem α , sem β nem lehet 90° -nál nagyobb és biztosan pozitívak, hiszen egy háromszög két kisebbik szöge, a $\frac{3\alpha}{2}$ és a $\frac{3\beta}{2}$ szögek szinusza nem lehet 0.

$\cos \frac{3\alpha + 3\beta}{2}$ viszont lehet 0. A szögekre kirótt feltételek miatt $\frac{3}{2}(\alpha + \beta) = 90^\circ$, vagyis $\alpha + \beta = 60^\circ$. A γ szög tehát valóban 120° -os.