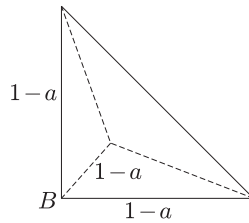
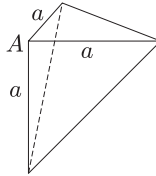
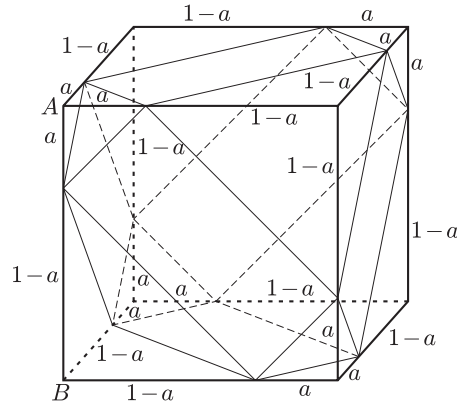


**Megoldás.** Legyen a kocka oldaléle 1 egység hosszú. Minden élen vegyünk fel egy  $a$  oldalhosszúságú szakaszt úgy, hogy a kocka egy-egy csúcsába egyenlő hosszú szakaszok fussanak be. Így a kockából úgy juthatunk el a konvex poliéderhez, ha levágjuk a kocka sarkaiból az ott keletkező gúákat. Kétféle gúla keletkezik, mindkét fajtából négy-négy. Akkor lesz a poliéder térfogata a kocka térfogatának a fele, ha a gúák össztérfogata is éppen a kocka térfogatának a fele.



Az egyik fajta gúla térfogata  $V_A = \frac{a^3}{6}$ , a másiké pedig  $V_B = \frac{(1-a)^3}{6}$ . Mivel a gúlák össztérfogatának  $\frac{1}{2}$ -nek kell lennie:

$$4 \cdot V_A + 4 \cdot V_B = \frac{1}{2}, \quad \text{ahonnan} \quad 12a^2 - 12a + 1 = 0.$$

$a_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{6}$ , a kapott gyökök 1-nél kisebb pozitív számok (az összegük természetesen 1). Tehát az  $a$ -t  $a_1$ -nek választva megfelelő konvex poliéderhez jutunk: fel lehet venni a 12 pontot a kocka élein a követelményeknek megfelelően. ( $a = a_2$  is lehetne, de így az előbbivel egybevágó megoldást kapunk.)