

Megoldás. Legyen a poliéder lapjainak száma ℓ , éleinek száma \acute{e} és csúcsainak száma c .

A poliéder minden lapján vegyünk fel egy belső pontot. Ezeket a belső pontokat kössük össze az adott lap csúcsaival. Így kialakul $2 \cdot \acute{e}$ darab háromszög, mivel minden él két laphoz és így két háromszöghöz tartozik. Eszerint a kialakult háromszögek belső szögeinek összege: $2 \cdot \acute{e} \cdot 180^\circ$. A kiválasztott belső pontok körül kialakult 360° -os szögeket most nem kell számolnunk, mivel azok nem részei a feladatban összegzendő szögeknek. A háromszögek többi szöge viszont mind része valamelyik lapon lévő belső szögnek, és a lapokon lévő belső szögek mind le is vannak fedve a háromszögekkel. Tehát a keresett összeghez elég a háromszögek belső szögeinek összegéből levonnunk a lapokon felvett belső pontok körül kialakult 360° -os szögeket, azaz $\ell \cdot 360^\circ$ -ot. Így $2 \cdot \acute{e} \cdot 180^\circ - \ell \cdot 360^\circ = (\acute{e} - \ell) \cdot 360^\circ$ -ot kapunk, ami az Euler-féle poliédertétel miatt $(c + \ell = \acute{e} + 2)$ éppen $(c - 2) \cdot 360^\circ$. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Megjegyzés. A megoldáshoz nincs szükség az Euler-féle poliéder-tételre. Állítsuk poliéderünket egy lapjára, majd nagyítsuk ezt a lapot egy belső pontjából, a további csúcsok helyzetét pedig úgy változtassuk, hogy a megmaradó test konvex maradjon. Előbb-utóbb elérjük, hogy valamennyi „levegőben lévő” csúcs vetülete a kiszemelt lap belsejébe esik. Levetítve ekkor a csúcsokat, a konvexitás miatt különböző csúcsok vetülete különböző, a kiszemelt lap egy sokszögre történő felbontását kapjuk és eközben a szóban forgó szögösszeg nyilván nem változik.

Egy ilyen síkbeli hálózatban pedig a szögek összege nyilván $(c_1 - 2) \cdot 360^\circ + c_2 \cdot 360^\circ$, ahol c_1 a határoló sokszög csúcsainak a száma, c_2 pedig a levetített csúcsoké. Mivel $c_1 + c_2 = c$, az állítás valóban teljesül.