

Megoldás. Vegyük észre, hogy ha i páratlan, akkor $k(i) = i$, ha pedig páros, akkor $k(i) = k\left(\frac{i}{2}\right)$.

Bontsuk szét az $f(2n)$ összeget a változó páros, illetve páratlan értékeihez tartozó tagokra:

$$f(2n) = \sum_{i=1}^{2n} k(i) = \sum_{i=1}^n k(2i) + \sum_{i=1}^n k(2i-1) = \sum_{i=1}^n k(i) + \sum_{i=1}^n (2i-1) = f(n) + n^2,$$

és ez éppen a bizonyítandóval ekvivalens.