

**Megoldás.** A nevezőkkel beszorzunk és rendezzük:

$$\begin{aligned}b(a+b)^n - b(a-b)^n &= a(a+b)^n + a(a-b)^n, \\b(a+b)^n - a(a+b)^n &= a(a-b)^n + b(a-b)^n, \\(b-a)(a+b)^n &= (a+b)(a-b)^n, \\(a+b)(a-b)^n - (b-a)(a+b)^n &= 0, \\(a+b)(a-b)^n + (a-b)(a+b)^n &= 0, \\(a+b)(a-b)[(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1}] &= 0.\end{aligned}$$

1. eset:  $(a+b)(a-b) = 0$ , amiből  $a = b$  következik, hiszen  $a$  és  $b$  pozitív számok.

2. eset:  $(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1} = 0$ .

Ha  $n$  páratlan, akkor  $n-1$  páros, vagyis  $(a-b)^{n-1} \geq 0$ . A feladat feltételei szerint  $a+b > 0$ , vagyis  $(a+b)^{n-1} > 0$ . Így  $(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1} > 0$ .

Ha  $n$  páros, akkor  $n-1$  páratlan, vagyis ha  $(a-b)^{n-1} + (a+b)^{n-1} = 0$  lenne, akkor  $(a+b)^{n-1} = (b-a)^{n-1}$ , amiből  $a+b = b-a$  következne. Ebből azonban  $a = 0$  adódna, ami ellentmond a feladat feltételeinek. A második tényező tehát nem lehet nulla.

Ha az eredeti egyenlőség teljesül az  $a$  és  $b$  pozitív számokra, akkor valóban  $a = b$ .