

**Megoldás.** Az egyenlet bal oldala páros kitevőjű hatványok összegeként írható:

$$(x - y)^4 + x^4 + y^4 + 7(y^2 + z^2 - 2yz - 10y + 10z + 25) = 0$$
$$(x - y)^4 + x^4 + y^4 + 7(z - y + 5)^2 = 0.$$

Páros kitevőjű hatvány értéke nem lehet negatív, így az összeg csak úgy lehet 0, ha valamennyi tag egyszerre egyenlő nullával.

Ehhez a következő feltételeknek kell egyszerre teljesülniük:

$$(x - y)^4 = 0 \quad \text{és} \quad x^4 = 0 \quad \text{és} \quad y^4 = 0 \quad \text{és} \quad 7(z - y + 5)^2 = 0; \quad \text{vagyis}$$
$$x = y \quad \text{és} \quad x = 0 \quad \text{és} \quad y = 0 \quad \text{és} \quad z - y + 5 = 0.$$

Ezek teljesülhetnek is egyszerre, ha  $x = 0$ ,  $y = 0$  és  $z = -5$ . Ez tehát az egyenlet egyetlen megoldása, amelynek helyességét könnyen ellenőrizhetjük.