

**Megoldás.** Felhasználva a logaritmus ismert azonosságait, térjünk át az (1) összeg minden tagjának nevezőjében 10-es alapú logaritmusra:

$$\begin{aligned}\log_{\frac{1}{2}} x &= \frac{\lg x}{\lg 1 - \lg 2} = \frac{\lg x}{-\lg 2}, \\ \log_{\frac{2}{3}} x &= \frac{\lg x}{\lg 2 - \lg 3}, \\ &\vdots \\ \log_{\frac{9}{10}} x &= \frac{\lg x}{\lg 9 - \lg 10} = \frac{\lg x}{\lg 9 - 1}.\end{aligned}$$

A reciprok értékeket (1)-be beírva kapjuk, hogy:

$$\frac{-\lg 2}{\lg x} + \frac{\lg 2 - \lg 3}{\lg x} + \dots + \frac{\lg 9 - 1}{\lg x} = 1.$$

Elvégezhetjük az összevonásokat, a közös nevező  $\lg x \neq 0$ , azaz  $x \neq 1$ , így az egyenlet  $\lg x = -1$ , ahonnan  $x = \frac{1}{10}$  a megoldás.