

Megoldás. A foton és elektron rugalmas (más részecske keletkezésével nem járó) ütközését *Compton-szórásnak* nevezik. Ebben a folyamatban megmarad a részecskék összenergiája és összes impulzusa, de ezeket a mennyiségeket a relativisztikus formulák alapján kell kiszámítanunk.

Jelöljük az elektron nyugalmi tömegét m -mel, ütközés előtti energiáját E -vel, impulzusát pedig p -vel! Ezen mennyiségek között fennáll az

$$(1) \quad E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

összefüggés, ahol c a fénysebesség vákuumban.

Megjegyzés. Az (1) összefüggés könnyen belátható az ismertebb

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

képletek felhasználásával (v az elektron sebessége).

A foton energiája az ütközés előtt $\frac{hc}{\lambda_0}$, impulzusának nagysága pedig $\frac{h}{\lambda_0}$, ahol h a Planck-állandó. Az ütközés során a foton hullámhossza az eredeti érték felére csökken, energiája és impulzusának nagysága tehát az eredeti érték kétszeresére nő.

A bejövő foton haladási irányában az elektronnak sem az ütközés előtt, sem utána nincs impulzus-komponense, az impulzusmegmaradás törvénye szerint tehát fennáll

$$\frac{h}{\lambda_0} = 2 \frac{h}{\lambda_0} \cos \vartheta,$$

ahonnan kiszámíthatjuk a foton szóródási szögét: $\vartheta = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ$. A bejövő foton haladási irányára merőleges komponensekre felírva az impulzusmegmaradás törvényét

$$p = 2 \frac{h}{\lambda_0} \cdot \sin \vartheta,$$

az energiamegmaradásból pedig

$$E + \frac{hc}{\lambda_0} = mc^2 + 2 \frac{hc}{\lambda_0}, \quad \text{azaz} \quad p = \sqrt{3} \frac{h}{\lambda_0}, \quad \text{illetve} \quad E = mc^2 + \frac{hc}{\lambda_0}$$

következik. E és p fenti kifejezéseit az (1) egyenletbe helyettesítve

$$\left(mc^2 + \frac{hc}{\lambda_0} \right)^2 = 3 \left(\frac{hc}{\lambda_0} \right)^2 + (mc^2)^2$$

adódik, ahonnan $\lambda_0 = \frac{h}{mc} = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ m}$.

(
dolgozata alapján

Susann Almasi (Clayton, USA, Diablo View Middle School)

Megjegyzés. A λ_0 mennyiséget, amely csak az elektron tömegétől és természeti állandóktól függ, az elektron *Compton-hullámhosszá*nak nevezik. Ha az elektronokkal ütköző fotonok hullámhossza a Compton-hullámhossz nagyságrendjébe esik (vagy annál kisebb), akkor a meglökött elektronok sebessége (sebességváltozása) összemérhető a fénysebességgel. λ_0 sokkal kisebb, mint az atomok mérete, de sokkal nagyobb, mint az atommagok átmérője. A λ_0 hullámhosszúságú fotonok az elektromágneses színekben a röntgen és gamma tartomány határára esnek. Ha ennél sokkal rövidebb hullámhosszúságú „fényt” bocsátunk elektronokra, akkor ahelyett, hogy az elektronok λ_0 -nál kisebb részleteit „látanánk”, elektron-pozitron párok keletkezését figyelhetjük meg. A Compton-hullámhossznak tehát érdekes szemléletes jelentés is tulajdonítható: bizonyos értelemben az elektronok mérete éppen λ_0 .

(

(*G. P.*)