

I. megoldás. Kis áramlási sebességeknél a gázok az összenyomhatatlan folyadékokhoz hasonlóan viselkednek. Jó közelítéssel (kb. 10% pontossággal) érvényes rájuk a kiömlési törvény, amely szerint p nyomáskülönbségnél a kiáramlási sebesség

$$v = \sqrt{\frac{2p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

ami állandó hőmérsékleten állandó. (M a gáz móltömegét jelöli.)

Kis Δt idő alatt az A keresztmetszetű lyukon keresztül $\Delta V = \Delta t \cdot v \cdot A$ térfogatú levegő hagyja el az űrhajót. Ez $\Delta n = \frac{p\Delta V}{RT} = \Delta t \cdot pA\sqrt{2MRT}$ anyagmennyiséget jelent mólokban kifejezve. A nyomás megváltozása

$$\Delta p = -\frac{\Delta n RT}{V} = -\Delta t \cdot p \frac{A}{V} \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

a negatív előjel a nyomás csökkenését jelzi. A $\Delta t \rightarrow 0$ határátmenetben ugyanolyan jellegű differenciálegyenletet kapunk, mint a radioaktív bomlás egyenlete:

$$\frac{dp}{dt} = -p \cdot \frac{A}{V} \sqrt{\frac{2RT}{M}} = -\lambda p.$$

Az egyenlet megoldása:

$$p(t) = p_0 e^{-\lambda t},$$

ahol p_0 a nyomás kezdeti értéke. A nyomás

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \ln 2 \cdot \frac{V}{A} \sqrt{\frac{M}{2RT}}$$

idő alatt csökken a felére.

II. megoldás. Ha a lyuk mérete jóval kisebb, mint a molekulák szabad úthossza (ami normál állapotú gázra kb. 10^{-5} cm), akkor csak azok a molekulák jutnak rajta keresztül, amelyek sebessége éppen ehhez megfelelő. Durva megfontolás alapján azt mondhatjuk, hogy a részecskék harmadrésze mozog a lyukas falra merőlegesen, hatodrésze a fal felé. Így Δt idő alatt

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{N}{V} A \bar{v} \Delta t$$

részecske jut el a lyukhoz ($\bar{v}$ az átlagsebesség). Ez a gondolatmenet nem veszi figyelembe a részecskék sebesség szerinti eloszlását; a pontos számítás az

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{N}{V} A \bar{v} \Delta t$$

eredményt adja. T hőmérsékleten az átlagsebesség¹

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

A nyomás megváltozása Δt idő alatt

$$\Delta p = -\Delta t \cdot p \frac{A}{V} \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}}, \quad \text{innen} \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \ln 2 \cdot \frac{V}{A} \sqrt{\frac{2\pi M}{RT}},$$

$2\sqrt{\pi}$ -szer nagyobb, mint az előző (más körülmények között érvényes) megoldás eredménye. () *Több dolgozat alapján*

Megjegyzés. A nagyságrendek érzékeltetése kedvéért tanulságos kiszámítani, hogy mennyi idő alatt esik a nyomás az eredeti érték felére, ha $V = 100 \text{ m}^3$, $A = 1 \text{ mm}^2$ és T a szobahőmérséklet. Az eredmény: 50 óra. () (G. P.)

¹ A *Négyjegyű függvénytáblázat* képlete hibás, a sebesség négyzetének átlaga nem egyezik meg az átlagsebesség négyzetével.