

Megoldás. A gerjesztési törvény szerint $\sum B\Delta s = \mu_0 \sum \Delta I$. Ha a toroid tengelyétől r távolságban a mágneses indukcióvektor nagysága $B(r)$ és a tekercsen átfolyó áram I , akkor

$$2r\pi B(r) = \mu_0 NI, \quad \text{azaz} \quad B(r) = \frac{\mu_0 NI}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}.$$

Osszuk fel a toroid keresztmetszetét a b oldal mentén kicsiny Δr szélességű sávokra, és egy-egy sávon belül a

mágneses mező változását – a sáv keskenysége miatt – ne vegyük számításba. Az i -edik kicsiny téglalapon áthaladó mágneses fluxus ebben a közelítésben

$$\Delta\Phi_i \approx \frac{\mu_0 N I a}{2\pi} \cdot \frac{\Delta r}{r_i},$$

a toroidon áthaladó teljes fluxus pedig

$$\Phi \approx \frac{\mu_0 N I a}{2\pi} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Delta r}{r_i},$$

ahol $n = \frac{b}{\Delta r}$ és $R - \frac{b}{2} < r_i < R + \frac{b}{2}$. Az N menetes terkeres L önindukciós együtthatója és a fluxus közötti kapcsolat $N\Phi = LI$, innen a keresett induktivitás

$$L \approx \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Delta r}{r_i}.$$

A közelítés a felosztás finomításával egyre pontosabbá tehető, és határértékben (amikor az összeg egy integrállal adható meg)

$$L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \int_{R-b/2}^{R+b/2} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{R+b/2}{R-b/2} = 4,87 \text{ mH}.$$

() *Sándor Nóra Katalin* (Pápai Ref. Koll. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A toroid közelítőleg felfogható egy önmagába „visszagörbített” $2R\pi$ hosszúságú szolenoidként. (A közelítés annál jobb, minél kisebb a b oldal a középkör R sugarához képest.) Ennek megfelelően $L \approx \frac{\mu_0 N^2 ab}{2\pi R} = 4,80 \text{ mH}$. ()

Dudás László (Pécs, Széchenyi I. Gimn. és Szki., 12. o.t.)

2. A keresett induktivitás az integrálszámítás precíz összefüggéseinek ismerete nélkül is (kellő pontossággal) meghatározható, ha a fluxust a toroid keresztmetszetének *néhány* részre bontásával számítjuk ki. Ha például a fenti megoldásban szereplő n -t 2-nek választjuk, az $L = 12 \cdot \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{11}\right) \text{ mH} = 4,85 \text{ mH}$ eredményt kapjuk (ami még 1 százaléknyi sem tér el a „pontos” értéktől!). Ez a közelítés fizikailag egyenértékű azzal, mintha a 10 cm középsugarú és 4 cm vastag toroidot helyettesítettük volna egy-egy 2 cm vastag és 9, illetve 11 cm-es középsugarú párhuzamosan kapcsolt toroiddal, és ezek induktivitását „szolenoid-közelítésben” számoltuk volna ki.

() (G. P.)

45 dolgozat érkezett. Helyes 16 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 19, hibás 4, nem versenyszerű 3 dolgozat.

P. 3578. Egy felhő 0,1 mm átmérőjű vízcseppjei 10 V-ra töltődnek fel. A kicsiny cseppek 2,7 mm átmérőjű nagy cseppekké egyesülnek.

Mekkora lesz ezeknek a feszültsége? ((4 pont))

Nagy László (1931–1987) feladata nyomán

Megoldás. A vízcseppek közelítőleg gömb alakúnak tekinthetők. A nagy csepp $d_2/d_1 = 27$ -szer nagyobb átmérőjű, mint a kisebb cseppek, a térfogatok aránya tehát

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3 = 27^3 = 19\,683.$$

Mivel a nagyobb cseppé egyesülő kicsiny vízcseppek össztérfogata állandónak tekinthető, $N = 19\,683$ cseppnek kell egyesülnie, hogy a megadott méretű nagy csepp kialakulhasson. Igaz továbbá, hogy a (gömb alakúnak tekintett) cseppek elektromos kapacitása a sugarukkal (átmérőjükkel) arányos, a nagy csepp kapacitása tehát 27-szer nagyobb, mint a kicsiké, elektromos töltése pedig – a töltésmegmaradás miatt – N -szerese egy-egy kis csepp töltésének. Így a nagy csepp feszültsége

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{27^3 \cdot Q_1}{27 \cdot C_1} = 27^2 \cdot \frac{Q_1}{C_1} = 729 U_1 = 7290 \text{ V}.$$

() *Filep Tamás* (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gedeon Gimnáziuma, 9. o.t.)

Megjegyzés. A vízcseppek azért tekinthetők jó közelítéssel gömb alakúnak, mert a felületi feszültség (adott térfogat mellett) a lehető legkisebb felszínű testet próbálja kialakítani; ez pedig a gömb. A közegeellenállás kicsit eltorzítja a felhő lassan leeső vízcseppeit, ez a hatás a nagyobb (több milliméteres) cseppeknél már számottevő lehet.

