Megoldás. A gerjesztési törvény szerint $\sum B\Delta s = \mu_0 \sum \Delta I$. Ha a toroid tengelyétől r távolságban a mágneses indukcióvektor nagysága $B(r)$ és a tekercsen átfolyó áram I, akkor

$$2r\pi\, B(r) = \mu_0 NI, \qquad \text{azaz} \qquad B(r) = \frac{\mu_0 NI}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}.$$

Osszuk fel a toroid keresztmetszetét a b oldal mentén kicsiny Δr szélességű sávokra, és egy-egy sávon belül a mágneses mező változását – a sáv keskenysége miatt – ne vegyük számításba. Az i-edik kicsiny téglalapon áthaladó mágneses fluxus ebben a közelítésben

$$\Delta\Phi_i \approx \frac{\mu_0 N I a}{2\pi}\cdot\frac{\Delta r}{r_i},$$

a toroidon áthaladó teljes fluxus pedig

$$\Phi \approx \frac{\mu_0 N I a}{2\pi}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta r}{r_i},$$

ahol $n=\dfrac{b}{\Delta r}$ és $R-\dfrac{b}{2}<r_i<R+\dfrac{b}{2}$. Az N menetes terkercs L önindukciós együtthatója és a fluxus közötti kapcsolat $N\,\Phi=L\,I$, innen a keresett induktivitás

$$L \approx \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta r}{r_i}.$$

A közelítés a felosztás finomításával egyre pontosabbá tehető, és határértékben (amikor az összeg egy integrállal adható meg)

$$L=\frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi}\int_{R-b/2}^{R+b/2}\frac{1}{r}\,dr=\frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi}\,\ln\frac{R+b/2}{R-b/2}=4{,}87\ \mathrm{mH}.$$

() *Sándor Nóra Katalin* (Pápai Ref. Koll. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A toroid közelítőleg felfogható egy önmagába „visszagörbített” $2R\pi$ hosszúságú szolenoidként. (A közelítés annál jobb, minél kisebb a b oldal a középkör R sugarához képest.) Ennek megfelelően $L\approx\dfrac{\mu_0N^2ab}{2\pi R}=$ 4,80 mH. () *Dudás László* (Pécs, Széchenyi I. Gimn. és Szki., 12. o.t.)

2. A keresett induktivitás az integrálszámítás precíz összefüggéseinek ismerete nélkül is (kellő pontossággal) meghatározható, ha a fluxust a toroid keresztmetszetének *néhány* részre bontásával számítjuk ki. Ha például a fenti megoldásban szereplő n-t 2-nek választjuk, az $L=12\cdot\left(\dfrac{2}{9}+\dfrac{2}{11}\right)$ mH $=4{,}85$ mH eredményt kapjuk (ami még 1 százaléknyit sem tér el a „pontos” értéktől!). Ez a közelítés fizikailag egyenértékű azzal, mintha a 10 cm középsugarú és 4 cm vastag toroidot helyettesítettük volna egy-egy 2 cm vastag és 9, illetve 11 cm-es középsugarú párhuzamosan kapcsolt toroiddal, és ezek induktivitását „szolenoid-közelítésben” számoltuk volna ki.

() *(G. P.)*

45 dolgozat érkezett. Helyes 16 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 19, hibás 4, nem versenyszerű 3 dolgozat.

P. 3578. Egy felhő 0,1 mm átmérőjű vízcseppjei 10 V-ra töltődnek fel. A kicsiny cseppek 2,7 mm átmérőjű nagy cseppekké egyesülnek.

Mekkora lesz ezeknek a feszültsége? (*(*4 pont*)*) *Nagy László* (1931–1987) feladata nyomán

Megoldás. A vízcseppek közelítőleg gömb alakúnak tekinthetők. A nagy csepp $d_2/d_1=27$-szer nagyobb átmérőjű, mint a kisebb cseppek, a térfogatok aránya tehát

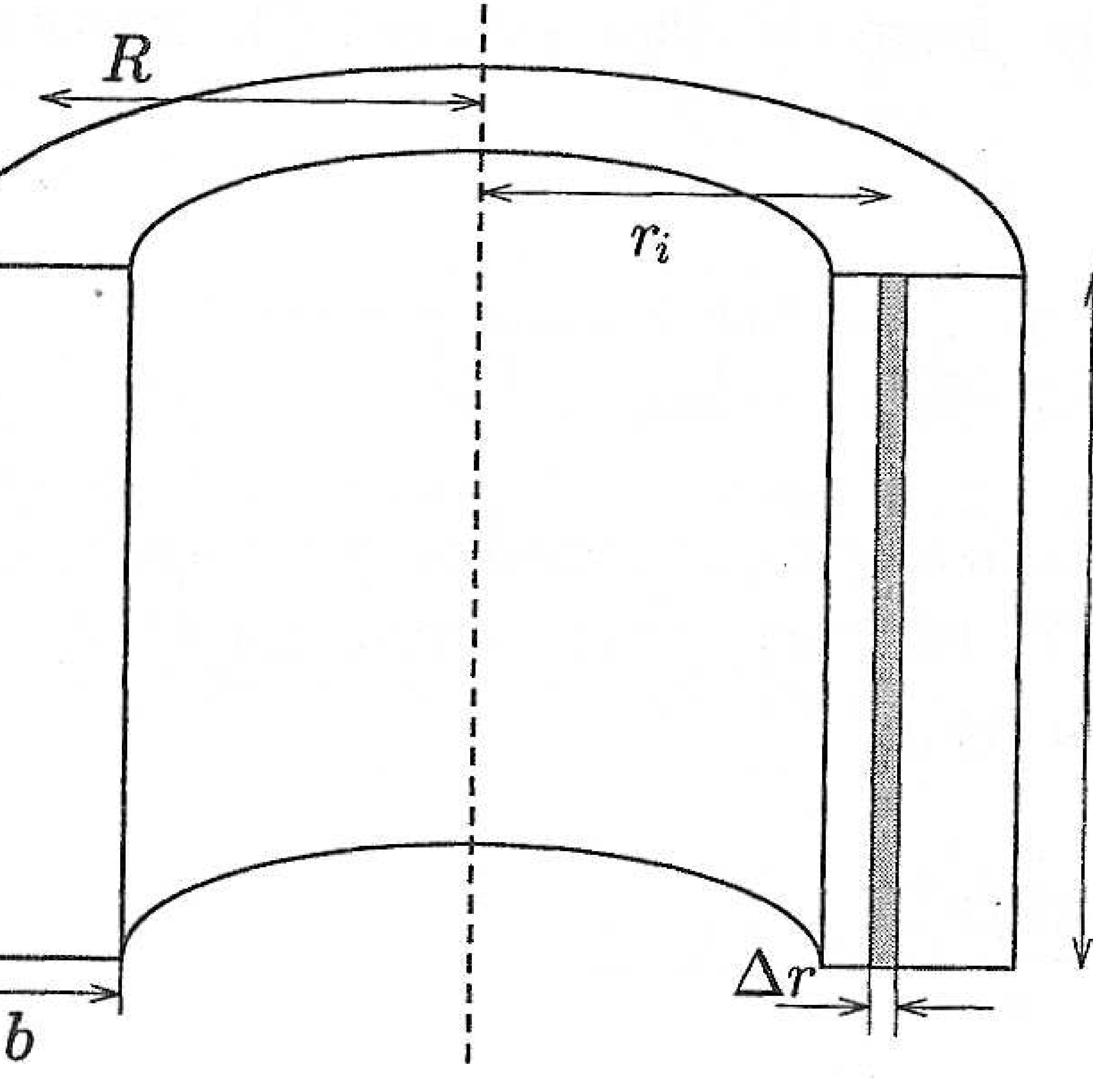
$$\frac{V_2}{V_1}=\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3=27^3=19\,683.$$

Mivel a nagyobb cseppé egyesülő kicsiny vízcseppek össztérfogata állandónak tekinthető, $N=19\,683$ cseppnek kell egyesülnie, hogy a megadott méretű nagy csepp kialakulhasson. Igaz továbbá, hogy a (gömb alakúnak tekintett) cseppek elektromos kapacitása a sugarukkal (átmérőjükkel) arányos, a nagy csepp kapacitása tehát 27-szer nagyobb, mint a kicsiké, elektromos töltése pedig – a töltésmegmaradás miatt – N-szerese egy-egy kis csepp töltésének. Így a nagy csepp feszültsége

$$U_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{27^3\cdot Q_1}{27\cdot C_1}=27^2\cdot\frac{Q_1}{C_1}=729\ U_1=7290\ \mathrm{V}.$$

() *Filep Tamás* (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gedeon Gimnáziuma, 9. o.t.)

Megjegyzés. A vízcseppek azért tekinthetők jó közelítéssel gömb alakúnak, mert a felületi feszültség (adott térfogat mellett) a lehető legkisebb felszínű testet próbálja kialakítani; ez pedig a gömb. A közegellenállás kicsit eltorzítja a felhő lassan leeső vízcseppeit, ez a hatás a nagyobb (több milliméteres) cseppeknél már számottevő lehet.



R
r_i
Δr
b