

Megoldás. a) A henger lejtővel érintkező A pontjánál S súrlódási erő hat a hengerre. Ennek és a nehézségi erő lejtő irányú komponensének hatására a henger tömegközéppontja a gyorsulással mozog lefelé (1. ábra). (Válasszuk a lejtőn lefelé mutató irányt pozitívnak!) A mozgásegyenlet:

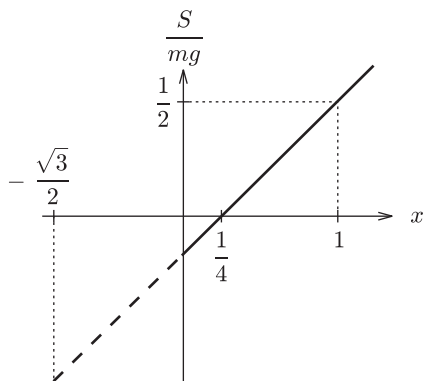
$$(1) \quad mg \sin \alpha + S = ma,$$

a forgómozgás alapegyenlete pedig

$$(2) \quad (mgx - S)r = \Theta\beta.$$

Kihasználva a csúszásmentes gördülés $a = \beta r$ feltételét, α megadott számértékét, továbbá azt, hogy tömör (homogén) hengerre $\Theta = mr^2/2$, az (1) és (2) egyenletrendszer megoldásaként a következő adódik:

$$(3) \quad S = mg \frac{4x - 1}{6}, \quad a = \frac{2x + 1}{3}g.$$



2. ábra

A képletekből vagy az $S(x)$ függvény ábrázolásából (2. ábra) leolvasható, hogy $x = 1/4$ esetén nem lép fel súrlódási erő, tehát ilyenkor még nagyon sima lejtőn ($\mu = 0$ esetén) sem csúszik meg a henger.

A henger és a lejtő között fellépő N nyomóerőt abból a feltételből számíthatjuk ki, hogy a henger a lejtőre merőlegesen nem gyorsul:

$$(4) \quad N = xmg + mg \cos \alpha = mg \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

Ez az erő nem lehet negatív, tehát

$$x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

(Még szorosabb megszorítást jelent a feladat szövegében szereplő *húzás* kifejezés, emiatt szigorúan véve csak az $x > 0$ tartománnyal kell foglalkoznunk. Értelmezhetjük azonban a feladatot kicsit általánosabban is! Ellentétes irányú tekercseléssel a lejtőre merőlegesen *felfelé* is húzhatjuk a hengert, ez formálisan a $-\sqrt{3}/2 \geq x \geq 0$ tartománynak felel meg.)

c) A csúszásmentes gördülés feltétele általában:

$$\mu \geq \frac{|S|}{N} = \frac{1}{3} \frac{|4x - 1|}{\sqrt{3} + 2x}.$$

Ha $a = 2g$, $S = \frac{3}{2}g$, $x = \frac{5}{2}$ és $\mu \geq \frac{3}{\sqrt{3}+5} \approx 0,45$.

Vizsgáljuk még meg, mozoghat-e a henger középpontja a lejtőn *felfelé* $2g$ gyorsulással. (Ez nyilván csak a fordítottan feltekert fonállal, vagyis $x < 0$ esetén képzelhető el.) Az $a = -2g$ gyorsuláshoz (3) szerint $x = -7/2 < -\sqrt{3}/2$ tartozik, ennek megfelelő erő alkalmazásakor viszont a (4) egyenletből $N < 0$ következik. A henger tehát nem mozoghat felfelé $2g$ gyorsulással, mert felemelkedik a lejtőről.

()

Mezei Márk (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzések. 1. Érdekes, hogy $\mu \geq 2/3$ esetén bármilyen erősen húzzuk is a fonalat, a henger nem csúszhat meg, legfeljebb a fonál szakad el.

2. A legnagyobb gyorsulás felfelé $0,24g$ lehet, ez is csak „végtelen nagy” súrlódási együtthatóval (pl. fogaskerékkel és fogasléccl) valósítható meg.

()

(G. P.)

