

Megoldás. Legyen c a hangsebesség, v a síp sebessége, f_0 pedig az álló síp hangjának frekvenciája! A tőlünk távolodó síptól felénk elinduló hanghullám frekvenciája a Doppler-jelenség miatt

$$(1) \quad f_1 = f_0 \frac{c}{c+v},$$

a fal felé induló hang frekvenciája pedig

$$(2) \quad f_2 = f_0 \frac{c}{c-v}.$$

A lebegés jelenségét a hanghullámok találkozása és fázishelyes összegződése (interferenciája) okozza. A lebegés frekvenciája

$$(3) \quad \Delta f = f_2 - f_1 = f_0 \left(\frac{c}{c-v} - \frac{c}{c+v} \right) = \frac{2cv}{c^2 - v^2} f_0.$$

Megjegyzés. A lebegés frekvenciaképletét a szögfüggvények addíciós tételle segítségével igazolhatjuk. Ha két egyforma amplitúdójú hullámot összegzünk, az eredő „kitérés” (jelen esetben légnyomásváltakozás): $A \sin \omega_1 t + A \sin \omega_2 t = 2A \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$. Ezt felfoghatjuk egy olyan szinuszosan váltakozó rezgésnek, amelynek körfrekvenciája ω_1 és ω_2 számtani közepe (átlaga), az amplitúdója viszont $\frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)$ körfrekvenciával, vagyis $\frac{1}{2}(f_2 - f_1)$ frekvenciával váltakozik. Fülünk azonban nem az amplitúdónak, hanem a hangerősségnek (az amplitúdó négyzetének) váltakozását érzékeli lebegésként, ennek frekvenciája pedig a fenti érték 2-szerese, tehát valóban $\Delta f = f_2 - f_1$.

Visszatérve a (v -re nézve másodfokú) (3) egyenlethez, ennek fizikailag értelmes (nemnegatív) gyöke $v = \frac{\sqrt{f_0^2 + \Delta f^2} - f_0}{\Delta f} c$, amelynek numerikus értéke $\Delta f = 3$ Hz és (szobahőmérsékletnek megfelelő) $c = 344$ m/s adatokkal számolva $v = 86$ cm/s.

() *Dudás László* (Pécs, Széchenyi I. Gimn. és Szki., 12. o.t.) és *Tarján Gábor* (Szolnok, Versey F. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A közölt megoldás képletei csak akkor érvényesek, ha a hullámforrás (a síp) sebessége kisebb, mint a hang terjedési sebessége. Amennyiben $v > c$, a tőlünk távolodó hangforrás frekvenciájára a (2) Doppler-képlet formálisan negatív értéket ad. A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a periodikusan elindított jelek nem a kibocsátás sorrendjében, hanem éppen fordítva érkeznek el a megfigyelőhöz: a később elindított jeleket „halljuk meg” hamarabb. Ezt a furcsaságot leszámítva a megfigyelőhöz periodikusan váltakozó jelek érkeznek, melyek frekvenciája $f_2 = \left| f_0 \frac{c}{c-v} \right| = f_0 \frac{c}{v-c}$. Ha ezzel a képlettel számolva oldjuk meg a lebegés formális feltételének

$$\Delta f = f_2 - f_1 = f_0 \left(\frac{c}{v-c} - \frac{c}{c+v} \right) = \frac{2c^2}{c^2 - v^2} f_0$$

egyenletét, a $v > c$ megkötésnek eleget tevő gyök: $v = c \sqrt{\frac{2f_0}{\Delta f} + 1} = c \sqrt{401} \approx 20 c = 6,8$ km/s.

Ha eltekintünk azoktól a „technikai nehézségektől”, hogy vajon mozoghat-e egy hangforrás ilyen nagy sebességgel (és ha igen, képes-e sípként működni), még akkor is problematikus a szuperszonikus lebegés megvalósítása. A hangforrás ugyanis valamikor nekiütközik a falnak, s a becsapódás hangja a megfigyelőhöz is eljut. A közvetlenül felénk haladó hanghullámok nyilván megelőzik a becsapódás hangját, a falról visszaverődő jelek pedig a becsapódás észlelése után érnek csak a megfigyelő füléhez: interferenciát ez a kétféle hang tehát biztosan *nem* hozhat létre! Ha viszont – mondjuk – két szuperszonikus hangforrás mozog egyforma sebességgel a fal felé, és egyforma frekvenciával sugároznak, akkor az elől haladónak a falról visszaverődő hangja és a hátsónak felénk kibocsátott hangja – elvben – előidézhethet lebegést.

() (G. P.)