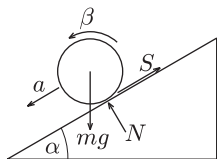


Megoldás. Feltételezzük, hogy a golyó és a henger ugyanabból az anyagból készült, vagyis a sűrűlési tulajdonságaik megegyeznek, továbbá mindkét testnél a gördülési ellenállást és a légellenállást figyelmen kívül hagyhatjuk.



Vizsgáljuk egy Θ tehetetlenségi nyomatékú test tiszta gördülését α hajlásszögű lejtőn. Az *ábra* jelöléseivel a mozgásegyenletek: $mg \sin \alpha - S = ma$ és $Sr = \Theta\beta$, a tiszta gördülés feltétele pedig $r\beta = a$ és $S \leq \mu N = \mu mg \cos \alpha$. Innen

$$a = g \frac{\sin \alpha}{1 + \frac{\Theta}{mr^2}}.$$

Mivel $\frac{\Theta}{mr^2}$ alakfüggő (gömbre 0,4; hengerre pedig 0,5), tiszta gördülés esetén a golyó és a henger gyorsulása különböző lesz, tehát *nem* érhetnek le egyszerre a lejtő aljára.

Ha a lejtőn mozgó test csúszik és gurul (köszörül), akkor fennáll $S = \mu mg \cos \alpha$, ahonnan $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$. Ez a kifejezés független a tehetetlenségi nyomatéktól, tehát mind a gömbre, mind pedig a hengerre ugyanakkora nagyságú. A kezdősebesség nélkül indított csúszva gördülő henger tehát ugyanakkor ér le a lejtő aljára, mint az ugyancsak csúszva gördülő golyó. A köszörülés kinematikai feltétele: $a > r\beta$, ami – a mozgásegyenletek megoldása után – így is írható:

$$\mu < \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \frac{\Theta}{mr^2}}.$$

Ez a feltétel a gömb esetén adja a szigorúbb megszorítást: $\mu < \frac{2}{7} \operatorname{tg} \alpha$.

Mindeddig a tapadási és a csúszási súrlódási együtthatókat egyforma nagyságúnak tekintettük. Ha ezt nem tesszük, hanem megengedjük a $\mu_t \neq \mu_{cs}$ lehetőséget is ($\mu_t > \mu_{cs}$), akkor úgy is megvalósulhat a feladat feltétele, hogy a gömb tisztán gördül, a henger pedig csúszik. Ez akkor következik be, ha

$$\frac{2}{7} \operatorname{tg} \alpha < \mu_t < \frac{1}{3} \operatorname{tg} \alpha.$$

Ilyenkor $a_{\text{henger}} = g(\sin \alpha - \mu_{cs} \cos \alpha)$ és $a_{\text{gömb}} = \frac{5}{7} g \sin \alpha$. A két gyorsulás akkor egyezik meg, ha

$$\mu_{cs} = \frac{2}{7} g \operatorname{tg} \alpha.$$

() Bóka Gergely (Szolnok, Verseggy F. Gimn., 12. o.t.) és
Vigh Máté (Pécs, Babits M. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján