

Megoldás. a) Ha a golyót v_0 kezdősebességgel, a vízszintes x tengelyhez képest α szögben hajítjuk el, pályájának egyenlete:

$$(1) \quad y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2,$$

és a hajítás távolsága

$$(2) \quad s = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha.$$

A súlygolyó akkor repül át a d távolságban levő h magas fal felett, ha $y(d) \geq h$, azaz (1) felhasználásával és némi algebrai átalakítással

$$(3) \quad \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{2v_0^2}{gd} + \left(1 + \frac{2v_0^2 h}{gd^2}\right) \leq 0.$$

Ennek a másodfokú egyenlőtlenségnek

$$1,08 \leq \operatorname{tg} \alpha \leq 5,44 \quad \text{azaz} \quad 47,2^\circ \leq \alpha \leq 79,6^\circ$$

a megoldása. Látható, hogy a megengedett szögek mindegyike nagyobb 45° -nál. Ebben a tartományban (2) szerint $s(\alpha)$ monoton csökken, tehát a legnagyobb hajítási távolság a legkisebb szöghöz, $\alpha = 47,2^\circ$ -hoz tartozik, és az elérhető távolság nagysága 650 cm (alig 2 cm-rel kevesebb, mint amekkora a fal nélküli maximum lenne).

b) A befektetett energia $E = \frac{1}{2}mv_0^2$, elég tehát megnézni, hogy melyik az a legkisebb v_0 , amelyre a (3) egyenlőtlenségnek – alkalmas α esetén – van megoldása. A megoldás létezésének feltétele az, hogy a diszkrimináns nemnegatív:

$$\left(\frac{v_0^2}{gd}\right)^2 \geq 1 + \frac{2v_0^2 h}{gd^2},$$

azaz

$$v_0 \geq \sqrt{g(h + \sqrt{d^2 + h^2})} = 6,26 \text{ m/s.}$$

A megfelelő energiára

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 > 98,1 \text{ J,}$$

a határesetnek megfelelő szögre pedig

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{d} + \sqrt{1 + \left(\frac{h}{d}\right)^2} = 2,$$

azaz $\alpha = 63,4^\circ$ adódik.

() *Rácz Béla András* (Főv. Fazekas M. Gyak. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Meglepő, hogy a megoldásban szereplő pályák nem szimmetrikusak a falra, a golyó *nem* vízszintesen repül át a fal felett. Sokan – mint a részletes számításból látszik, indokolatlanul – eleve feltételezték ezt a szimmetriát.

Ha minél messzebbre szeretnénk dobni egy akadályon át (adott kezdősebességgel) a súlyt, akkor a felszálló ágban kell áthaladjon az akadály felett; ha viszont a legkisebb kezdősebességgel (energiával) akarjuk átjuttatni az akadályon, akkor a leszálló ágban kell átrepülni felette. () (W. F.)