

**Megoldás.** a) Kezdetben a rugót  $F = 2mg$  erő feszíti. Közvetlenül a fonal elégetése után a rugó megnyúlása még a korábbi  $\Delta x = 30$  cm, tehát a rugót feszítő erő is a korábbi  $2mg$ . A felső testre ekkor összesen  $3mg$  erő hat, az alsó testre ható erők eredője pedig nulla. Ennek megfelelően a felső test kezdeti gyorsulása  $a_1(0) = 3g$ , az alsóé pedig  $a_2(0) = 0$ .

b) A fonál elégetése után a két testből és a rugóból álló rendszer tömegközéppontja szabadon ( $g$  gyorsulással) esik, a két test pedig a tömegközépponthez képest azonos frekvenciájú, de különböző amplitúdójú harmonikus rezgőmozgást végez. A tömegközépponttal együtt szabadon eső koordináta-rendszerből nézve a tömegközéppont áll, tehát a rugónak a tömegközépponttal egybeeső pontját – amely az alsó egyharmadánál található – akár rögzítettnek is tekinthetjük.

A rugóállandó kifejezhető a kezdeti megnyúlással:  $D = 2mg/\Delta x$ . A felső,  $m$  tömegű test mozgása úgy fogható fel, mintha csak az egész rugó  $2/3$  részének megfelelő hosszúságú, tehát  $D_1 = \frac{3}{2}D$  rugóállandójú, egyik végén rögzített rugó fejtene ki rá erőt. Így a rezgésideje

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{3D}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta x}{3g}} = 0,63 \text{ s.}$$

Hasonló módon kapjuk, hogy a másik,  $2m$  tömegű test rezgésideje egy  $D_2 = 3D$  rugóállandójú, egyik végén rögzítettnek tekinthető „harmad rugó” másik végén

$$2\pi\sqrt{\frac{2m}{D_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{3D}},$$

ez valóban megegyezik a fenti  $T$  rezgésidővel.

A rugó az indítás után először  $T_1 = T/4 = 0,16$  s idő múlva lesz nyújtatlan állapotban. Ekkor a tömegközéppont sebessége függőlegesen lefelé

$$v_{\text{TKP}} = gT_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{g\Delta x}{3}} = 1,56 \text{ m/s.}$$

A tömegközépponthez képest mindkét test  $\omega = \sqrt{3g/\Delta x}$  körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgást végez, a felső  $A_1 = \frac{2}{3}\Delta x$ , az alsó pedig  $A_2 = \frac{1}{3}\Delta x$  amplitúdóval. Eszerint a negyed rezgésnek megfelelő  $T_1$  pillanatban a felső test sebessége

$$v_1 = A_1\omega = \frac{2}{3}\sqrt{3g \cdot \Delta x} = 1,98 \text{ m/s}$$

lefelé, az alsóé pedig

$$v_2 = A_2\omega = \frac{1}{3}\sqrt{3g \cdot \Delta x} = 0,99 \text{ m/s}$$

felfelé. A két test tehát a mennyezethez képest

$$u_1 = v_{\text{TKP}} + v_1 = 3,54 \text{ m/s,}$$

illetve

$$u_2 = v_{\text{TKP}} - v_2 = 0,57 \text{ m/s}$$

sebességgel mozog, mindketten függőlegesen lefelé.

()

*Filep Tamás* (Debrecen, Ref. Koll. Dóczy Gedeon Gimn., 8. o.t.)