

1. A hullám v fázissebességét (az azonos fázisú helyzetek haladási sebességét) az

$$\omega t - \beta z = \text{állandó}, \quad \text{azaz} \quad \omega \Delta t - \beta \Delta z = 0$$

összefüggés határozza meg. Innen

$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2}} + 1 \right)}} \approx \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}.$$

Megjegyzések. (i) A fentebb kiszámított fázissebesség – az adott közelítésben – független a hullám frekvenciájától, és alakilag a fény terjedési sebességével egyezik meg. (Természetesen a látható fény frekvenciatartományában a képlet nem érvényes.)

(ii) A radarhullámok nem végtelen síkhullámok, hanem térben és időben korlátozott kiterjedésű hullám-vonulatok (hullámcsomagok). Ezek terjedését nem a fázissebesség, hanem az ún. csoportsebesség jellemzi, amely a $\beta(\omega)$ függvény differenciálhányadosának reciproka, és a nagysága általában különbözik a fázissebességtől. Amennyiben β arányos ω -val (a feladatban használható közelítésben ez teljesül), a kétféle sebesség megegyezik.

2. A földbe hatoló hullámok érzékelhetőségi távolságára jellemző „behatolási mélység” (vagyis az a mélység, ahol a hullám amplitúdója a felszíni érték $1/e \approx 0,37$ -szerese) az α a csillapodási együttható reciproka:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)}} \approx \frac{1}{\omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{2\varepsilon^2 \omega^2} \right) - 1 \right]}} = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \approx 16 \text{ m.}$$

1. ábra

3. A rudakról visszaverődő hullámok fáziskülönbsége akkor lesz 180° , ha az egyik rúd és a műszer távolsága éppen egy negyed hullámhossznyival nagyobb, mint a másik rúd és a műszer távolsága. Az *1. ábrán* látható helyzetben tehát fennáll

$$r^2 + d^2 = \left(d + \frac{\lambda}{4}\right)^2,$$

ahonnan $\lambda^2 + 4\lambda d - 4r^2 = 0$, melynek megoldása $\lambda = 12,5$ cm.

A hullám terjedési sebessége a megadott számadatokról $v = 1,0 \cdot 10^{10}$ cm/s, a kérdéses frekvencia tehát

$$f_{\min} = \frac{v}{\lambda} = 800 \text{ MHz}.$$

4. Ha a detektor a rúdhoz legközelebbi helyzettől x távolságra van, akkor a radarimpulzusok visszaérkezési ideje a d mélységben fekvő rúdról

$$t(x) = 2 \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{v} \geq t_{\min} = \frac{2d}{v}.$$

Innen

$$d = \frac{v t_{\min}}{2} = 5 \text{ m}.$$