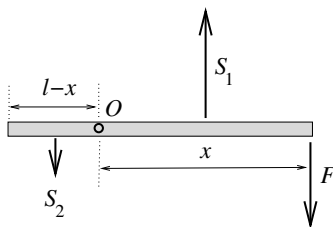


Ha a fonál párhuzamos a vonalzó hossz tengelyével, akkor $F_0 = mg\mu$ erővel lehet megmozdítani, hiszen az egyes darabkákra ható súrlódási erők párhuzamosak egymással, tehát a teljes súrlódási erő egyszerűen a vonalzót az asztalhoz szorító mg erő μ -szörőse.



Bonyolultabb a helyzet akkor, amikor a fonál merőleges az l hosszúságú vonalzó hossz tengelyére, mert ilyenkor a vonalzó egyes részei ellentétes irányban mozognak el, tehát a súrlódási erők összegzése nem nyilvánvaló.

A rúdra merőleges F erő hatására a rúd egy, a húzott végétől bizonyos (egyelőre ismeretlen) x távolságra eső O pontja körül elfordul. Mivel a vonalzó tömegközéppontjának gyorsulása is és a vonalzó szöggyorsulása is nagyon kicsiny (határesetben nulla), az éppen csak megmozduló vonalzónál a rá ható erők összege, illetve a forgatónyomatékok összege is nulla kell legyen. (Könnyen belátható, hogy O nem eshet a vonalzón kívülre. Ilyen esetben ugyanis a súrlódási erők eredőjének lenne a fonálra merőleges összetevője is, ez pedig – egyéb ilyen irányú erő híján – lehetetlen.)

Az x hosszúságú vonalzódarabra a vonalzó egyenletes felfekvése miatt

$$S_1 = \mu mg \frac{x}{l} = F_0 \frac{x}{l},$$

a maradék $l - x$ hosszú darabra pedig

$$S_2 = \mu mg \frac{l - x}{l} = F_0 \frac{l - x}{l}$$

nagyságú súrlódási erő hat. Ez a két erő egymással ellentétes irányú, támadáspontjuk pedig a szimmetria miatt a megfelelő vonalzódarabok közepére esik.

Az erők egyensúlyának feltétele:

$$F = S_1 - S_2, \quad \text{azaz} \quad F = F_0 \frac{2x - l}{l},$$

a forgatónyomatékok O pontra vonatkoztatott egyensúlya pedig

$$F \cdot x = S_1 \cdot \frac{x}{2} + S_2 \cdot \frac{l - x}{2}, \quad \text{vagyis} \quad F \cdot x = F_0 \frac{2x^2 - 2xl + l^2}{2l}.$$

Ebből a két egyenletből

$$x = \frac{l}{\sqrt{2}} \approx 0,71 l \quad \text{és} \quad F = F_0 (\sqrt{2} - 1) \approx 0,41 F_0$$

adódik.

Több megoldás alapján

Megjegyzés. Ha a vonalzó – akár az asztal, akár pedig maga a vonalzó görbesége miatt – nem egyenletesen nyomja az asztalt, akkor az eredmény lényegesen megváltozik. Ha például a vonalzó közepén „púpos” (és emiatt csak a végeinél támaszkodik az asztalra), akkor a kérdéses erő $F = F_0/2$; ha pedig az ellenkező irányban görbült a vonalzó (tehát csak a közepénél ér az asztalhoz), akkor gyakorlatilag tetszőlegesen kicsiny erővel megmozdítható.