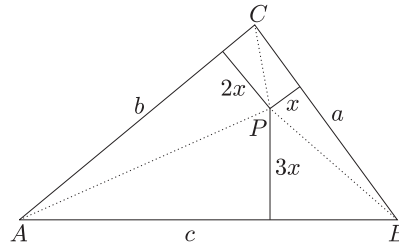


Megoldás. Az ABC háromszögben a szokásos jelölések mellett legyen a keresett pont a P , és a háromszög a , b és c oldalegyeneseitől vett távolsága rendre x , $2x$, $3x$. Nem jelent megszorítást, ha csak erre az esetre adjuk meg a P pont szerkesztésének lépéseit. Nyilvánvalóan tetszőleges sorrend megengedett lehet, így egy háromszögben hat megfelelő pontot kaphatunk.



1. ábra

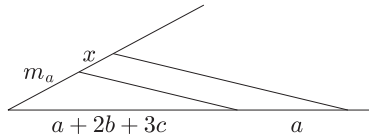
Az x a BCP háromszögben az a -hoz, a $2x$ a CAP háromszögben az b -hez és a $3x$ az ABP háromszögben a c -hez tartozó magasság (1. ábra). Az ABC háromszög területe a BCP , a CAP és az ABP háromszög területének az összege, így:

$$\frac{am_a}{2} = \frac{ax}{2} + \frac{2bx}{2} + \frac{3cx}{2}$$

(az ABC háromszögben az a -hoz tartozó magasságot szintén a szokásoknak megfelelően m_a -val jelöltük), amiből kapjuk, hogy

$$\frac{a}{a + 2b + 3c} = \frac{x}{m_a}.$$

Ebből az összefüggésből x , mint a negyedik arányos megszerkeszthető (2. ábra).



2. ábra

Ezek után két párhuzamost szerkesztünk: az a oldallal, attól x távolságra, az A csúcs által meghatározott félsíkban, illetve a b oldallal, attól $2x$ távolságra, a B csúcs által meghatározott félsíkban. E két egyenes metszéspontja lesz a keresett P pont. (Az előzőek alapján nyilvánvaló, hogy ugyanezen a ponton haladna keresztül az az egyenes is, amelyet a c oldallal párhuzamosan szerkesztenénk, tőle $3x$ távolságra, a C csúcs által meghatározott félsíkban, de ez az egyenes már nem szükséges a P megszerkesztéséhez. Az előzőekből az is következik, hogy P a háromszög belsejében van.) Így megadtuk a P pont szerkesztésének lépéseit.

(
Bartha Emőke (Szentendrei Református Gimnázium, 10. évf.) és
Filus Tamás (Szeged, Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, 10. évf.) és
dolgozata alapján